Allgemeine Rechnungstafel.

Aa³
25

Math. P. 741 L

<3663224634001 1

<3663224634001

Bayer. Staatsbibliothek

Aa 3

Beschreibung

und

Gebrauchsanweisung

des

ABACUS

oder

der allgemeinen Rechnungstafel,

welche

augenblicklich alle arithmetischen, geometrischen
und mechanischen Rechnungsresultate gibt,

von

Léon Lalanne,

Ancien élève de l'école polytechnique, Ingénieur des Ponts et Chaussées, Sécrétaire de la section des chemins de fer au Conseil général des Ponts et Chaussées.

Dieser Abacus ist am 11. September 1843 von der Pariser Akademie der Wissenschaften gebilligt

Leipzig, 1846.

Verlag von E. F. Steinacker.

Bayer. Staatsministerium
f. Ernährung, Landwirtschaft u. Forsten
Ministerialforstabteilung
Bibliothek

MINISTERIAL-FORST-BIBLIOTHEK

702
7182.

A 3
Aa
25

lgd 163 / 3140

Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

Inhaltsverzeichniss.

	Seite
Vorwort	v
Zweck und Gebrauch des Abacus . . .	1
Lesung der Zahlen und allgemeiner Grundsatz des Abacus	3
Multiplikation	7
Division	11
Quadratpotenzen und Quadratwurzeln . .	15
Kubikpotenzen und Kubikwurzeln . . .	20
Potenzen und Wurzeln im Allgemeinen . .	24
Proportionen, Regel de Tri, mittlere Proportionalzahlen u s.w.	29
Gebrauch des Abacus für besondere arithmetische Rechnungen	32
Gebrauch des Abacus für Berechnungen der praktischen Geometrie	35

Gebrauch des Abacus für Berechnungen der praktischen Mechanik 44
Trigonometrie 47
Logarithmen-Maassstab 59
Sehnen-Maassstab 64
Abacus der chemischen Aequivalenten . . 66
Abacus für statistische Aufgaben . . . 70

Vorwort.

Schon vor zwei Jahrhunderten haben sich die Engländer für die gewöhnlichen Rechnungen des Logarithmen-Massstabes bedient, der heutzutage unter ihnen so allgemein verbreitet ist. Sie haben diesem Instrumente, von dessen Erfindung man den ersten Gedanken Gunter'n zuschreibt, die verschiedenartigsten Formen gegeben, und es auf's Vollkommenste den Bedürfnissen der Gewerbtreibenden, deren Verrichtungen numerische Berechnungen erheischen, angepasst.

Mehrere deutsche Gelehrte, die den bemerkenswerthen Nutzen, den die Engländer von ihrem Instrumente zu ziehen wissen, anerkannten, haben darnach gestrebt, dessen Gebrauch in Deutschland einzuführen, und haben es auch auf eine sehr künstlich ausgedachte Art vervollkommnet. Obgleich nun ihre Bemühungen nicht völlig fruchtlos blieben, so erreichten sie doch gewiss nicht ganz den vorgesetzten Zweck, denn die jährliche Verfertigung des Logarithmen-Massstabes beschränkt sich noch jetzt auf einige Hundert Exemplare.

Nur wenige Ingenieurs, Geschäftsvorsteher oder Arbeitsaufseher bedienen sich dieses Massstabes, der mit Unrecht von Vielen mehr für etwas Künstliches als für etwas Nützliches gehalten wird.

Dieser Umstand scheint hauptsächlich davon herzurühren, dass der Gebrauch von Instrumenten dieser Art fast in keiner Schule gelehrt wird, und dass auch

der ziemlich hohe Preis dieses Masssta-
bes seiner allgemeinen Verbreitung im
Wege steht.

Unser Abacus oder unsere allge-
meine Rechnungstafel kann zur
Verrichtung aller dieser Rechnungen, für
welche sich die Engländer des Gunter'-
schen Massstabes bedienen, gebraucht
werden; er gibt eine diesem wenigstens
gleiche Annäherung, hat einen kleineren
Umfang und ist also bequemer mit sich
zu führen; er liefert ferner augenblick-
lich eine Menge Resultate, für welche
dieser nicht gut zugerichtet werden kann;
und der Preis der kostbarsten Ausgabe
des Abacus erreicht kaum den vier-
ten Theil des Preises eines ganz ge-
wöhnlichen Massstabes. Man könnte so-
gar durch eine solche Herabsetzung des
Preises, dass er nicht den fünfzehnten
Theil von dem eines Massstabes über-
steigen dürfte, die Anschaffung eines
Exemplars vom Abacus nebst Beigabe

dieser Gebrauchsanweisung jedem Zöglinge in Elementarschulen möglich machen.

Dieses neue Rechnungsinstrument, erfunden von einem französischen Ingenieur, hat in Frankreich allgemein eine sehr günstige Aufnahme gefunden. Die berühmte Akademie der Wissenschaften sprach hinsichtlich des Abacus ihren vollen Beifall aus, und die Gesellschaft für Beförderung der National-Industrie forderte den Erfinder auf, den Abacus in einer Form herauszugeben, die gestattete, denselben unter allen Klassen der Gesellschaft zu verbreiten.

Die günstige Zustimmung mehrerer deutschen und englischen sachverständigen Gelehrten lässt erwarten, dass dieser Abacus in Deutschland nicht minder gewürdigt werden wird, als es in dem vereinigten Königreiche die „*Sliding Rule*“ ist.

Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

Abacus

oder

Allgemeine Rechnungstafel.

Zweck und Gebrauch des Abacus.

1. Mit Hilfe des Abacus oder der allgemeinen Rechnungstafel kann man durch bloses Lesen alle in der Arithmetik, Geometrie und Mechanik gebräuchlichen Berechnungen mit einer in den meisten Fällen genügenden Annäherung verrichten.

So erhält man unmittelbar das Resultat der Multiplikation oder der Division von zwei Zahlen und das vierte Glied einer Proportion. Der Abacus ist also zur Lösung der Regel de Tri, Zins- und Diskonto-Rechnung u. s. w. anwendbar.

Er giebt ferner die Quadratpotenzen und Quadratwurzeln, die Kubikpotenzen und deren Wurzeln, und die Quadratwurzeln der Kubikpotenzen, die öfters in der Hydraulik vorkommen.

Er kann auch zur Bestimmung der Potenzen und Wurzeln der höheren Grade, die man in Zins-auf-Zins-, Tilgungs- und Renten-Rechnungen u. s. w. zu berechnen hat, gebraucht werden.

Die blose Einsichtnahme des Abacus genügt, um jedes beliebige Mass in französische oder fremde Masse umzuwandeln. Er drückt daher mit der grössten Leichtigkeit in deutschen Meilen die in Kilometern, englischen oder Seemeilen gegebenen Entfernungen aus, und verwandelt in Morgen oder Quadratmeilen die in Hektaren angegebenen Flächen, in Kubikfuss die in Kubikmetern gegebenen Grössen u. s. w.

Die Länge eines Kreisumfanges, die Oberfläche eines Kreises, der Flächen- und Kubikinhalt einer Kugel, deren Radius bekannt ist, können unmittelbar auf dem Abacus gelesen werden; auch umgekehrte Aufgaben, wo man den Radius durch die Länge des Kreisumfanges, durch die Oberfläche des Kreises, durch den Flächen- oder Kubikinhalt der Kugel bestimmen will, lassen sich ohne Schwierigkeit auflösen.

Man findet auf dem Abacus den Flächeninhalt eines regulären Vieleckes, dessen Seite gegeben ist.

Der Abacus löset alle Aufgaben der ebenen und sphärischen Trigonometrie.

Er giebt auch das Gewicht von verschiedenen Substanzen, und namentlich das von rundflächigen und viereckigen Eisen.

Er hilft endlich, Aufgaben aufzulösen, die sich auf den Fall der Körper, auf das Pendel, auf den Abfluss der Flüssigkeiten u. s. w. beziehen.

Sobald man die Namen der einfachen und zusammengesetzten Körper richtig darin eingetragen hat, erhält man sogleich das Gewicht der verschiedenen Substanzen irgend einer chemischen Mischung, wovon sie eine bekannte Quantität ausmachen. So wird er ein wirklicher Maassstab der chemischen Proportionen und kann den von Wollaston ersetzen.

Kurz der Abacus oder die allgemeine Rechnungstafel ist wirklich geeignet, wie es schon sein Titel anzeigt, die Lösungen von Rechnungsaufgaben, die sich auf alle physischen und mathematischen sowohl reinen als angewandten Wissenschaften erstrecken, zu liefern, und kann in vielen Fällen des gewöhnlichen Gebrauchs die Logarithmentafeln der Zahlen und trigonometrischen Linien, die Flächen-, Grössen- und Gewichtsverzeichnisse, die Umwandlungstafeln der französischen und fremden Maasse u. s. w. vertreten.

Schliesslich scheint er dem Zirkelmesser oder Arithmographen vorgezogen werden zu können, indem er viele Resultate, für welche diese Instrumente nicht ausreichend sind, giebt und ausserdem leichter tragbar und bedeutend wohlfeiler ist.

Lesung der Zahlen und allgemeiner Grundsatz des Abacus.

2. Die Ränder des Quadrates, welches die Mitte des Abacus einnimmt, haben neun Hauptabtheilungen. Die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,

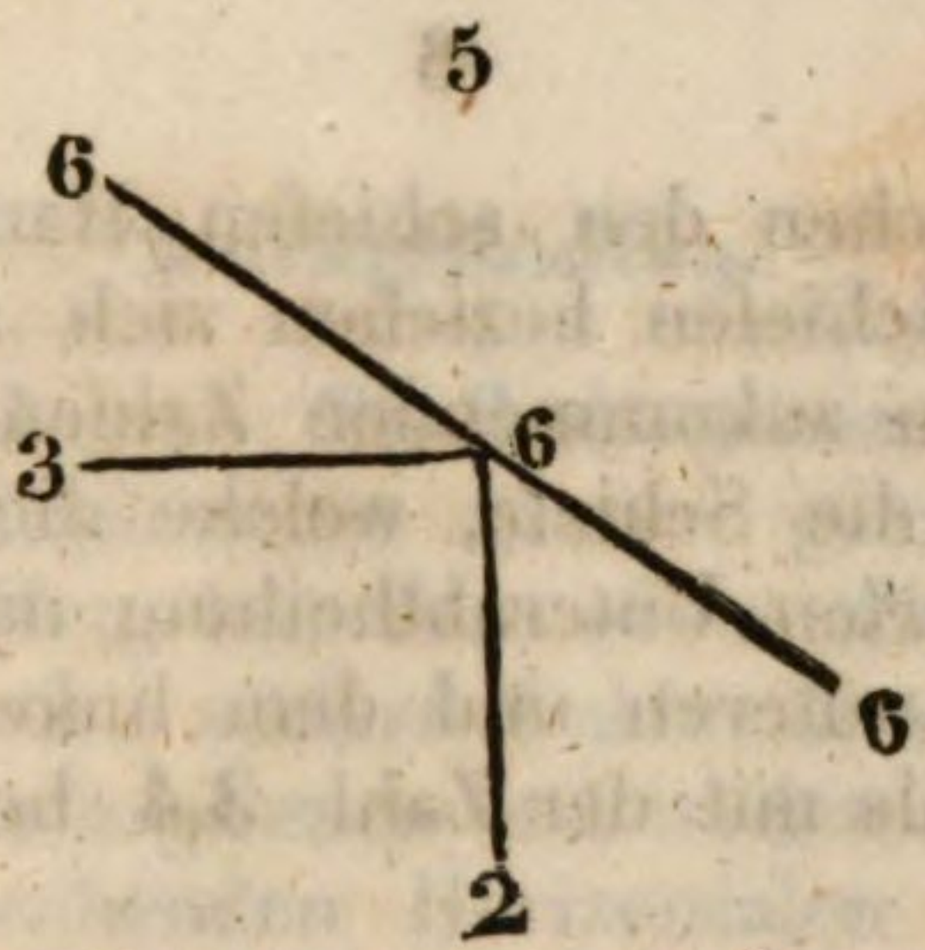
8, 9, 10 befinden sich an den Abtheilungspunkten und beiden Enden des unteren und des zur Linken gelegenen Randes. Die Zahlen **10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100** stehen an denselben Abtheilungspunkten des oberen und des zur Rechten gelegenen Randes.

Durch diese Abtheilungspunkte sind Linien gezogen, deren die einen parallel — mit der Grundlinie der Figur laufen und die anderen normal auf dieser stehen. Diese wird man die *Senkrechten* und jene die *Horizontalen* benennen.

Die in dieser \ Richtung geneigten Linien gehören zu den Zahlen, die an ihren Enden angebracht sind. Der Kürze wegen werden sie künftighin die Schiefen heissen.

3. Dieses einmal festgesetzt, darf man sich nur des Verfahrens auf der sogenannten Pythagoräischen Rechentafel erinnern, um einzusehen, wie man durch den Gebrauch der Linien und Zahlen der Figur die gesuchte Zahl erhalten kann, und dann auf dem Abacus eben so verfahren.

Um also das Produkt von **2** mit **3** zu finden, folgt man von der Linken zur Rechten der Horizontalen, welche von der an dem linken Tafelrande stehenden Zahl **3** ausgeht, bis zu der Senkrechten, an deren unterem Ende die Zahl **2** angebracht ist. Diese zwei Linien treffen auf der Schiefen zusammen, deren beide Enden mit der Zahl **6** bezeichnet sind.



Man schliesst also, dass 6 das Produkt von 2 mit 3 ist, und erkennt hier dieselbe Verfahrungsar wie auf der Multiplikationstafel.

Alle auf den Gebrauch der Figur bezüglichen Regeln lassen sich von dem eben angeführten Verfahren, wodurch man das Produkt zweier Zahlen findet, herleiten. Man kann also in abgekürzter Form den Hauptgrundsatz des Abacus folgendermassen angeben:

Das Produkt zweier Zahlen ist durch die Zahl derjenigen Schiefen gegeben, welche durch den Durchschnittspunkt der Senkrechten und der Horizontalen, die den zwei Faktoren entsprechen, geht.

4. Jede der neun Hauptabtheilungen enthält wieder zehn Unterabtheilungen, die zu den Zahlen gehören, welche zwischen den an den Tafelrändern angesetzten begriffen sind.

So entspricht der erste Unterabtheilungspunkt nach **1**, der Zahl **1** u. $\frac{1}{10}$ oder **1,1**
der zweite **1,2**
der dritte **1,3**
wie der sechste nach **9** zu der Zahl **9,6** gehört u. s. w.

Die zwischen den schiefen Hauptlinien befindlichen Schiefen beziehen sich auch auf die ihren Enden zukommenden Zahlen.

So wird die Schiefe, welche die beiden Enden der vierten Unterabtheilung nach der Zahl **3** auf dem unteren und dem linken Tafelrande verbindet, als mit der Zahl **3,4** bezeichnet angesehen.

5. Ausserdem kann man sich noch jeden Abstand zwischen den Linien der Figur in zehn gleiche Theile getheilt denken. Demzufolge würde ein auf $\frac{4}{10}$ des Abstandes zwischen der sechsten und der siebenten Unterabtheilung nach der Zahl **2** befindlicher Punkt der Zahl **2,64** entsprechen.

Es ist also leicht, sowohl an den Tafelrändern, als im Innern der Figur eine Zahl zu finden, welche einem gegebenen Punkte oder irgend einer Schiefen entspricht und umgekehrt.

6. Nur muss bemerkt werden, dass die Zahlen **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10** u. s. w. auf dem Tafelrande und im Innern der Figur nach Belieben Einheiten, Zehner, Hunderte u. s. w. oder Zehntel, Hundertel u. s. w. vorstellen können, so dass die Zahlen

	26,4	**264**	**2640**
oder	**2,64**	**0,264**	**0,0264**

immer denselben Punkt auf einem der Tafelränder oder dieselbe Schiefe im Innern der Figur bestimmen.

Multiplikation.

7. Es ist bereits Nr. 3 dargewiesen worden, wie die Multiplikation zweier ganzen Zahlen geschieht. Man hat den einen Faktor 3 auf dem linken, den andern Faktor 2 auf dem unteren Tafelrande gelesen und ist den diesen Faktoren entsprechenden Horizontalen und Senkrechten bis zu ihrem Durchschnittspunkte gefolgt; die durch diesen Punkt laufende Schiefe hat das Produkt 6 mittelst der an ihren beiden Enden stehenden Zahl gegeben.

Es ist gleichgültig, welchen der beiden Faktoren man auf der unteren Randlinie nimmt.

Man sieht ausserdem, dass man eben so gut von dem rechten und dem oberen, wie von dem linken und dem unteren Tafelrande ausgehen kann. Der Trifftspunkt bleibt immer derselbe.

8. Diese Regel gilt allgemein und bezieht sich auf alle ganze oder Dezimalzahlen, denn nach Nr. 6 kann man auf den Tafelrändern oder im Innern der Figur ganze oder Dezimalzahlen von was immer für einer Ordnung mit einer durch ihre drei ersten Ziffern bestimmten Annäherung finden.

Die Stelle des Dezimalstriches, welcher die ganzen von den Dezimalzahlen des Produktes trennt, wird, wenn in beiden Faktoren ganze Stellen vorkommen, auf folgende Weise bestimmt.

Befindet sich der Durchschnittspunkt unter

der schiefen Diagonale \, welche das Quadrat der Figur in zwei gleiche Theile theilt und deren Enden mit **10** bezeichnet sind, so hat das Produkt eine ganze Stelle weniger, als in den zwei Faktoren sind; und es hat eben so viele ganze Stellen, wenn sich der Durchschnittspunkt über dieser Diagonale befindet.

Beispiele von Multiplikation, wo in den beiden Faktoren ganze Stellen vorkommen.

I. Das Produkt von **5,5** mit **2** ist **11**, weil der Durchschnittspunkt auf der Schiefen **1,1** ist, welche unmittelbar nach der Linie **10** kommt.

II. Da die Senkrechte **4,7** mit der Horizontalen **3,6** vor der Schiefen **17** auf ungefähr $\frac{1}{10}$ des Abstandes dieser Linie von der Linie **16** zusammentrifft, so wird **16,9** näherungsweise das Produkt von **4,7** mit **3,6** sein. Bemerkt man überdiess, dass die erste Ziffer zur Rechten des Produktes eine **2** sein soll, weil **6** mal **7** = **42** ist, so wird genau **16,92** das gesuchte Produkt sein.

Man sieht aus diesem Beispiele, dass man öfters mit Beihilfe der Multiplikationstafel der **9** ersten Zahlen genaue Produkte, die nicht grösser als **10000** sind, leicht mit dem Abacus finden wird.

9. Wenn einer der beiden Faktoren oder alle zwei keine ganze Stelle haben, so geschieht die Multiplikation mit Weglassung des Dezimalstriches. Man ergänzt dann, wenn es

nöthig ist, durch Nullen, die man zur Rechten dem Produkte beifügt, die der Regel Nr. 8 gemäss erforderliche Zahl der Ziffern, und trennt durch den Dezimalstrich eben so viele Dezimalstellen, als in den beiden Faktoren vorhanden sind.

Beispiele von Multiplikation, wo in den beiden Faktoren keine ganzen Stellen vorkommen.

III. Was ist das Produkt von 0,35 mit 0,0025?

Man folge der Senkrechten **2,5** bis zur Horizontalen **3,5**; der Durchschnittspunkt befindet sich unter der Diagonale in der Mitte des Abstandes der Schiefen **8,7** und **8,8**: das Produkt von **25** mit **35** ist also **875**. Dieses Produkt ist genau, da es eine Ziffer weniger hat, als beide Faktoren zusammen, und weil seine letzte Ziffer zur Rechten als Produkt von **5** mit **5** eine **5** ist. Trennt man nun **6** Dezimalstellen, so erhält man **0,000875** für das gesuchte Produkt.

10. Bestehen die Faktoren aus mehr wie zwei Ziffern, so findet man nicht mehr auf dem Abacus die entsprechenden Senkrechten und Horizontalen. Man muss alsdann im Gedanken auf dieselbe Art zu Werke gehen, wie es oben angeführt worden ist, und man wird den den beiden Faktoren entsprechenden Punkt sehr genau bestimmen können, wenn man den Linien der Figur folgt, welche den den zwei Faktoren zunächst kommenden Zahlen entsprechen.

Beispiele von Multiplikation, wo die beiden Faktoren mehr als zwei bezeichnende Ziffern haben.

IV. Was ist das Produkt von **0,0384** mit **62,7**?

Man folge der Senkrechten **3,8** bis zur Horizontalen **6,2**; suche dann einen Punkt, der in der Richtung gegen die Rechte auf $\frac{4}{10}$ des Abstandes der Senkrechten **3,8** und **3,9** und auf $\frac{7}{10}$ des Abstandes zwischen **6,2** und **6,3** höher zu stehen käme; dieser Punkt wird sich merklich auf der Schiefen **24** befinden. Das annähernde Produkt von **384** mit **627** würde **6** Ziffern haben, und wäre also **240000**; da man aber hier **5** Stellen zur Rechten trennen muss, so bleibt nur eine ganze Stelle und man erhält das Produkt **2,4**.

Das genaue Produkt ist **2,40786**; der begangene Fehler besteht also in $\frac{768}{240768}$ oder ungefähr $\frac{1}{314}$.

Diese Verfahrungsart führt schneller und sicherer zum Resultate, als wenn man einer durch den Punkt **3,84** des unteren Tafelrandes gehenden Senkrechten bis zu der Horizontalen, die dem Punkte **6,27** des linken Tafelrandes entspricht, folgen wollte, weil diese Linien auf der Tafel nicht gezogen sind und ihre Lage mit blosem Auge nur sehr unvollkommen bestimmt werden dürfte.

11. Wenn eine und dieselbe Zahl mit mehreren Faktoren multiplizirt werden soll, so geschieht die Lesung der Produkte sehr leicht,

indem man der dem gemeinschaftlichen Multiplikanden entsprechenden Horizontalen folgt und bei jeder der Senkrechten, die zu den Multiplikatoren gehören, stehen bleibt, eben so wie es oben erklärt wurde. Wenn man so der Horizontalen **3,65** folgt, so sieht man, dass die **9** ersten Multipla der Zahl **365** folgende sind: **730, 1095, 1460, 1825, 2190, 2555, 2920, 3285.**

Division.

12. Die Regeln für diese Verrichtung lassen sich ohne Schwierigkeit von den angegebenen Multiplikationsregeln ableiten.

Eigentlich hat man nur zwei Fälle zu berücksichtigen: nämlich den, wo der Dividend grösser als der Divisor, und den, wo er kleiner als dieser ist; sie mögen dann beide ganze oder Dezimalzahlen sein. Die nachstehenden Regeln werden für den ersten Fall gelten.

13. Man fängt damit an, dass man den Dezimalstrich in dem Dividenden und dem Divisor um so viele Stellen gegen die Rechte zurücksetzt, als es nöthig ist, um in dem Divisor wenigstens eine ganze Stelle zu haben. Der Quotient wird durch diese vorläufige Verrichtung nicht geändert. Dann folgt man der Horizontalen, die zu dem Divisor gehört, bis zu der dem Dividenden entsprechenden Schiefen: der gesuchte Quotient ist die an derjeni-

gen Senkrechten angebrachte Zahl, welche durch den Durchschnittspunkt geht.

Fällt der Durchschnittspunkt über die schiefe Diagonale \, deren Enden mit **10** bezeichnet sind und die die Figur in zwei gleiche Theile theilt, so erhält man die Zahl der ganzen Stellen des Quotienten, wenn man die Zahl der ganzen Stellen des Divisors von der Zahl der ganzen Stellen des Dividenden abzieht; und fällt der Durchschnittspunkt unter diese Linie, so ist die Zahl der ganzen Stellen des Quotienten um eine Stelle grösser als im vorhergehenden Falle.

Beispiele von Division, wo der Dividend grösser als der Divisor ist.

I. Es sei **6** durch **2** zu dividiren.

Man folge der Horizontalen **2** bis zur Schiefen **6**; der Durchschnittspunkt ist auf der Senkrechten **3** und somit der Quotient **3.**

II. Es sei **12** durch **3** zu dividiren.

Man folge der Horizontalen **3** bis zu der über der Diagonale **10** gelegenen Schiefen **12**; der Durchschnittspunkt fällt auf die Senkrechte **4** und somit ist der Quotient **4.**

III. Es sei **154** durch **44** zu dividiren.

Man folge der Horizontalen **4,4** bis auf $\frac{4}{10}$ des Abstandes der Schiefen **15** und **16**, und man wird die Senkrechte **3,5** treffen.

Der Durchschnittspunkt ist über der Diagonale **10**; der Dividend hat **3** ganze Stellen, der Divisor hat deren **2** und folglich der Quotient nur **1**: der Quotient ist daher **3,5.**

IV. Es sei **0,0953** durch **0,0006237** zu dividiren.

Man setze den Dezimalstrich um **4** Stellen gegen die Rechte in den zwei gegebenen Zahlen zurück, und man wird **953** durch **6,237** zu dividiren haben; die drei ersten Ziffern des Quotienten sind **153**; der Durchschnittspunkt fällt unter die Diagonale **10**; der Quotient muss daher eine ganze Stelle mehr haben, als **3** weniger **1**, nämlich drei ganze Stellen: er ist also **153**.

Die Division von **0,00953** durch **0,0006237** hätte den Quotienten **15,3** gegeben.

14. Im zweiten Falle, wo der Dividend kleiner als der Divisor ist, setzt man den Dezimalstrich um so viele Stellen gegen die Rechte zurück, als es nöthig ist, um ihn grösser als der Divisor zu machen; hierauf verfährt man wie in obigem Falle, und rückt den Dezimalstrich im Resultate um so viele Stellen gegen die Linke vor, als man ihn anfänglich im Dividenden gegen die Rechte zurückgesetzt hat, dass dieser grösser als der Divisor werde.

Beispiele von Division, wo der Dividend kleiner als der Divisor ist.

V. Es sei **0,6237** durch **95,3** zu dividiren.

Man setze den Dezimalstrich im Dividenden um **3** Stellen gegen die Rechte zurück und man hat so **623,7**, was durch **95,3** dividirt **6,54** giebt; rückt man nun in diesem Resultate den Dezimalstrich um **3** Stellen gegen die

Linke vor, so erhält man **0,00654** für den gesuchten Quotienten.

VI. Es sei $\frac{3}{8}$ durch eine Dezimalzahl auszudrücken.

Man dividire **30** durch 8 und man wird **3,75** zum Quotienten und mithin **0,375** für den verlangten Dezimalausdruck erhalten.

15. Sollen mehrere Zahlen durch eine und dieselbe Zahl dividirt werden, so lassen sich die Quotienten leicht finden, wenn man stets der Horizontalen folgt, die dem Divisor entspricht.

Man würde im Gegentheile der Schiefen nachziehen, wenn es sich darum handelte, eine und dieselbe Zahl durch mehrere Zahlen zu dividiren.

In beiden Fällen erhält man das Resultat durch die Nr. **10** angewiesene Verfahrungsart.

Es kann sich indessen der Fall ereignen, dass man bald diese bald jene der zwei Schiefen, welche demselben Dividenden entsprechen, zu nehmen genöthigt ist.

Beispiele von mehreren gleichzeitigen Divisionen.

VII. Es seien die Zahlen **12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54** durch **6** zu dividiren.

Wenn man der Horizontalen **6** folgt, so wird man auf ihren Durchschnittspunkten mit den die bevorstehenden Zahlen führenden Schiefen die Senkrechten treffen, welche den

Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 entsprechen. Diess sind also die verlangten Quotienten.

VIII. Es sei 360 durch 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 zu dividiren.

Folgt man der Schiefen, deren Enden mit der Zahl 3,6 auf dem linken und dem unteren Tafelrande bezeichnet sind, so begegnet man nur den Horizontalen 2 und 3, denen die Senkrechten 1,8 und 1,2, das heisst die Quotienten 180 und 120 entsprechen. Um den Horizontalen 4, 5, 6, 8, 9 zu begegnen, muss man den andern Schiefen, deren Enden auf dem rechten und dem oberen Tafelrande die Zahl 36 anzeigen, nachziehen. Man wird alsdann die Quotienten 90, 72, 60, 45, 40 finden.

Quadratpotenzen und Quadratwurzeln.

16. Das *Quadrat* oder die *zweite Potenz* einer Zahl ist das Produkt dieser Zahl mit sich selbst multiplizirt, und diese Zahl heisst Quadratwurzel.

Man bezeichnet das Quadrat einer Zahl, indem man zur Rechten dieser Zahl und etwas höher die Zahl 2 setzt.

So ist das Quadrat von 2 oder 2^2, das Produkt von 2 mit 2 oder 4; das Quadrat von 3 oder 3^2, das Produkt von 3 mit 3 oder 9; das Quadrat von 4 oder 4^2, das Produkt von 4 mit 4 oder 16 u. s. w.

Das Quadrat irgend einer Zahl liesse sich

leicht auf die nämliche Weise wie das Produkt einer gewöhnlichen Multiplikation mit dem Abacus finden.

Man wird aber bemerken, dass die Senkrechte und Horizontale, welche gleichen Faktoren entsprechen, sich immer auf der in dieser Richtung laufenden Diagonale, die die Figur in zwei gleiche Theile theilt und die Bezeichnung *Quadratzahlen* führt, schneiden. Man braucht also nur der Senkrechten oder Horizontalen, welche der Zahl, von der man die zweite Potenz wissen will, entspricht, bis zu der *Quadratzahlenlinie* zu folgen und die auf der durch den Durchschnittspunkt laufenden Schiefen stehende Zahl zu lesen.

17. Wenn die Zahl, welche zum Quadrate potenzirt werden soll, zwischen **1** und **10** begriffen ist, so fällt das Quadrat immer zwischen **1** und **100**, wie man es auf der *Quadratzahlenlinie* sieht.

Will man demnach auf den Schiefen bei ihrem Zusammentreffen mit der Quadratzahlenlinie lesen, so darf man nicht die zehnfachen Multipla oder Submultipla der darauf angegebenen Zahlen nehmen, sondern man muss diese Zahlen selbst lesen.

Um in allen anderen Fällen auf gleiche Weise verfahren zu können, reicht es hin, die in Frage stehende Zahl mit **10**, **100**, **1000** oder **10000** u. s. w. zu multipliziren oder zu dividiren, damit sie grösser als **1** und kleiner als **10** werde. Dann muss aber auch die auf

der Quadratzahlenlinie gefundene Zahl durch 10^2, 100^2, 1000^2 oder 10000^2 u. s. w. *dividirt* oder *multiplizirt* werden, je nachdem man die Wurzel mit **10**, **100**, **1000** oder **10000** *multiplizirt* oder *dividirt* hat.

Beispiele der Quadratpotenzirung.

I. Man verlangt das Quadrat von 25.

Auf der Horizontalen des unteren Tafelrandes lese man die Zahl **2,5** und folge der entsprechenden Senkrechten bis zu der Quadratzahlenlinie, so wird man dort zwischen den Schiefen **6,2** und **6,3** in gleicher Entfernung von beiden sein. Man nimmt also **6,25** und da man durch **10** dividirt hat, so multiplizirt man jetzt das erhaltene Quadrat mit **100.** Das verlangte Quadrat ist dann **625**, was man folgendermassen schreibt:

$$25^2 = 625 \text{ *).}$$

Eben so hätte man gefunden:

$$2{,}5^2 = 6{,}25$$
$$0{,}25^2 = 0{,}0625$$
$$250^2 = 62500 \text{ u. s. w.}$$

II. Es sei das Quadrat von 0,008247 zu finden.

Man multiplizire mit **1000** und suche das Quadrat von **8,25**, so wird man **68,1** finden;

---

*) Man weiss schon, dass = das Gleichheitszeichen ist; der hier gegebene Ausdruck wird also ausgesprochen: „das Quadrat von **25** *ist gleich* **625**.“

*

dvidirt man diess durch 1000^2 oder **1000000**, so erhält man

$$0{,}008247^2 = 0{,}0000681.$$

Der genaue Werth ist **0,000068013009**, der begangene Fehler also geringer als Eine Einheit auf **680**; er besteht in $\frac{1}{782}$.

18. Man nennt *Quadratwurzel* einer Zahl diejenige Zahl, welche, mit sich selbst multiplizirt, die erstere hervorbringt. Sonach ist **2** die Quadratwurzel von **4**; **3** die von **9**; **4** die von **16** u. s. w.

Um die Quadratwurzel aus einer Zahl auszuziehen, muss man von dieser auf der Quadratzahlenlinie bezeichneten Zahl ausgehen und senkrecht bis zur Horizontalen des unteren Tafelrandes herunterfahren, wo man die Quadratwurzel finden wird. Nur kann man nicht mehr auf der *Quadratzahlenlinie* wie auf den Tafelrändern alle die zehnfachen Multipla oder Submultipla der darauf stehenden Zahlen lesen, sondern man nimmt nur die Werthe dieser Zahlen, wie sie dort geschrieben sind. Zu diesem Behufe muss man die gegebene Zahl durch **100** oder **10000** oder **1000000** u. s. w. multipliziren oder dividiren, um sie grösser als **1** und kleiner als **100** zu machen. Die Wurzel, die man aus einem so umgeformten Quadrate auszieht, ist zwischen **1** und **10** begriffen. Man *dividirt* oder *multiplizirt* sie dann mit **10**, **100**, **1000** u. s. w., je nachdem man das gegebene Quadrat mit 10^2, mit 100^2, mit 1000^2 u. s. w. *multiplizirt* oder *dividirt* hat.

Beispiele der Quadratwurzelausziehung.

I. Man verlangt die Quadratwurzel von **0,4.** Mit **100** multiplizirt erhält man **40**; diese Zahl lese man auf der Quadratzahlenlinie über der schiefen Diagonale, welche normal auf jene fällt, und gehe senkrecht bis zum unteren Tafelrande herunter, so wird man dort eine Wurzel, deren Werth **6,32** ist, finden, und diese giebt, durch **10** dividirt, die gesuchte Wurzel **0,632.**

Mit dem Zeichen $\sqrt{\ }$, das die Ausziehung der Quadratwurzel anzeigt, giebt man das Resultat auf folgende abgekürzte Weise an:

$$\sqrt{0{,}40} = 0{,}632.$$

II. Hätte $\sqrt{0{,}04}$ gefunden werden sollen, so würde man **4** als hundertfaches Multiplum von **0,04** genommen haben, und da die entsprechende Wurzel **2** ist, so hätte man

$$\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$$

gesetzt.

III. Man verlangt den Werth von $\sqrt{36241}$.

Man nehme **3,62** zwischen den Zahlen **3** und **4** auf der Quadratzahlenlinie oder, mit andern Worten, man dividire zuerst **36241** durch 100^2; die entsprechende Wurzel an der Horizontalen des unteren Randes ist **1,90.** Diese Wurzel muss mit **100** multiplizirt werden und giebt alsdann

$$\sqrt{36241} = 190.$$

Es versteht sich, dass alle diese Resultate nur annähernd sind.

Kubikpotenzen und Kubikwurzeln.

19. Die *Kubikpotenz* oder *dritte Potenz* einer Zahl ist das Produkt von drei dieser Zahl gleichen Faktoren, welche dann *Kubikwurzel* genannt wird.

Um die Kubikpotenz einer Zahl zu bezeichnen, setzt man ihr zur Rechten und etwas höher gestellt die Zahl **3** an.

So ist 2^3 gleich der Kubikpotenz von **2** oder gleich 8; 3^3 gleich der Kubikpotenz von **3** oder gleich **27**; 4^3 gleich der Kubikpotenz von **4** oder gleich **64.**

Um die Kubikpotenz einer zwischen **1** und **100** begriffenen Zahl zu erhalten, darf man nur von dem dieser Zahl auf der Horizontalen des unteren Tafelrandes entsprechenden Punkte ausgehen, senkrecht bis zur nächsten Transversallinie, welche die Bezeichnung *Kubikzahlen* führt und deren so ⟋ gerichtete Neigung im Verhältniss von **1** der Basis zu **2** der Höhe ist, hinauffahren und dort die auf der entsprechenden Schiefen stehende Zahl lesen.

Es giebt zwei Kubikzahlenlinien; die eine, welche wir die *erste* benennen, dient für die Kubikpotenzen der zwischen **1** und **3,162** begriffenen Zahlen; die andere, welche demnach die *zweite* heissen wird, für die Kubikpotenzen der Zahlen, die zwischen **3,162** und **10** enthalten sind. *)

---

*) Man wird hier bemerken, dass die Zahl **3,162** eben

20. Die Kubikpotenz einer zwischen **1** und **10** enthaltenen Zahl ist immer zwischen **1** und **1000** begriffen, wie es auch die auf den gemeinschaftlichen Durchschnittspunkten der zwei Kubikzahlenlinien und der Schiefen der Figur angebrachten Zahlen anzeigen; man kann also nicht auf den Kubikzahlenlinien anstatt der dort befindlichen Zahlen alle ihre Multipla oder Submultipla durch **10, 100** u. s. w. nehmen.

Um irgend eine Zahl zur Kubikzahl zu potenziren, muss man sie vorerst mit **10, 100, 1000** u. s. w. multipliziren oder dividiren, damit sie grösser als **1** und kleiner als **10** werde. Sodann liest man auf der nächsten Kubikzahlenlinie die entsprechende Kubikzahl und *dividirt* oder *multiplizirt* diese mit 10^3, 100^3 oder 1000^3, je nachdem man die Wurzel mit **10, 100, 1000** u. s. w. *multiplizirt* oder *dividirt* hat.

Beispiele der Kubikpotenzirung.

I. Es sei **15** zur Kubikzahl zu potenziren.

Man suche die Zahl **1,5** auf der Horizontalen des unteren Tafelrandes und folge dann der von dort ausgehenden Senkrechten bis zu der Kubikzahlenlinie, so wird man zwischen die Schiefen **3,3** und **3,4** und zwar der zwei-

---

die Quadratwurzel von **10** ist, und dass die Senkrechte, welche die zwei Diagonalen der Tafel in zwei gleiche Theile theilt, durch das obere Ende der *ersten* und durch das untere der *zweiten* Kubikzahlenlinie geht.

ten etwas näher als der ersteren fallen; man nehme sodann **3,38** und multiplizire mit **1000**, weil man die Wurzel durch **10** dividirt hat. Man schreibt also:

$$15^3 = 3380 \text{ (näherungsweise)}.$$

Die genaue Rechnung würde **3375** geben; die Näherung ist mithin bis auf $\frac{5}{3375}$ oder $\frac{1}{675}$.

II. Es sei die Kubikpotenz von **0,09538** zu finden.

Multiplizirt man mit **100** und sucht die Kubikzahl von **954**, so wird man **870** auf der zweiten Kubikzahlenlinie lesen; dividirt man nun mit 100^3, weil man die Wurzel mit **100** multiplizirt hat, so erhält man **0,000870**. Also

$$0{,}09538^3 = 0{,}000870 \text{ (näherungsweise)}.$$

Die genaue Rechnung gibt **0,000867704708872**; der begangene Fehler ist demnach geringer als $\frac{1}{377}$.

21. Man nennt *Kubikwurzel* einer Zahl diejenige Zahl, die zweimal mit sich selbst multiplizirt die erstere hervorbringt. Sonach ist **2** die Kubikwurzel von **8**; **3** die von **27**; **4** die von **64** u. s. w.

Um aus einer Zahl die Kubikwurzel auszuziehen, muss man diese Zahl auf einer der beiden Kubikzahlenlinien suchen und von dort ausgehend senkrecht bis zur Horizontalen des unteren Tafelrandes herunterfahren, auf welcher man die Angabe der Wurzel findet.

Die gegebene Zahl muss also vorerst mit

1000 oder **1000000** multiplizirt oder dividirt werden, damit sie grösser als **1** und kleiner als **1000** werde, und die Wurzel wird dann zwischen **1** und **10** enthalten sein. Nur muss aber auch die erhaltene Wurzel durch **10**, **100** oder **1000** u. s. w. *dividirt* oder *multiplizirt* werden, je nachdem man die Zahl mit **1000** oder **1000000** *multiplizirt* oder *dividirt* hat.

Man kann also nicht bei diesem Verfahren die zehnfachen Multipla und Submultipla der auf den Kubikzahlenlinien stehenden Zahlen nehmen, wie diess auf den Tafelrändern thunlich ist, sondern man nimmt diese Zahlen wie sie dort angebracht sind.

Beispiele der Kubikwurzelausziehung.

I. Man verlangt die Kubikwurzel von **0,27**.

Multiplizirt man mit **1000**, so erhält man **270**; man suche diese Zahl auf der zweiten Kubikzahlenlinie, worauf sie sich befindet, und fahre senkrecht bis zu der unteren Randlinie herunter, so wird man da eine Wurzel treffen, deren Werth **6,46** ist. Durch **10** dividirt erhält man **0,646** als annähernde Kubikwurzel von **0,27**, was man auf folgende Weise schreibt:

$$\sqrt[3]{0{,}27} = 0{,}646.$$

II. Man verlangt die Kubikwurzel von **0,000027**.

Diese Zahl multiplizirt mit **1000000** giebt **27**, wovon die Kubikwurzel **3** ist; demnach

$$\sqrt[3]{0{,}000027} = 0{,}03.$$

III. Was ist die Kubikwurzel von **1708248**?

Man nehme **1,71** zwischen den Zahlen **1,70** und **1,80** auf der ersten Kubikzahlenlinie und fahre bis zur unteren Randlinie herunter, so wird man **1,195** lesen, was

$$\sqrt[3]{1708248} = 119{,}5$$

giebt.

Potenzen und Wurzeln im Allgemeinen.

22. Man nennt *Potenz* einer Zahl das Produkt von mehreren dieser Zahl gleichen Factoren.

So sind **4, 8, 16, 32, 64** u. s. w. auf einander folgende Potenzen von **2.**

Der *Grad* der Potenz ist die Anzahl der gleichen Faktoren, die man zur Bildung dieser Potenz braucht.

So ist **9** als Produkt von **3** mit **3** eine Potenz *zweiten Grades*; **27** oder **3** mal **9** eine Potenz *dritten Grades*; **81** oder **3** mal **27** eine Potenz *vierten Grades* u. s. w.

Es erhellt demnach, dass das Quadrat nichts anderes als die zweite Potenz, wie auch die Kubikzahl immer die dritte Potenz einer Zahl ist.

Der Potenzexponent oder die Zahl, welche den Grad der Potenz anzeigt, wird zur Rechten und etwas höher als die Zahl selbst gesetzt.

Die Ausdrücke

$$21^4,\ 17^5,\ 108^9$$

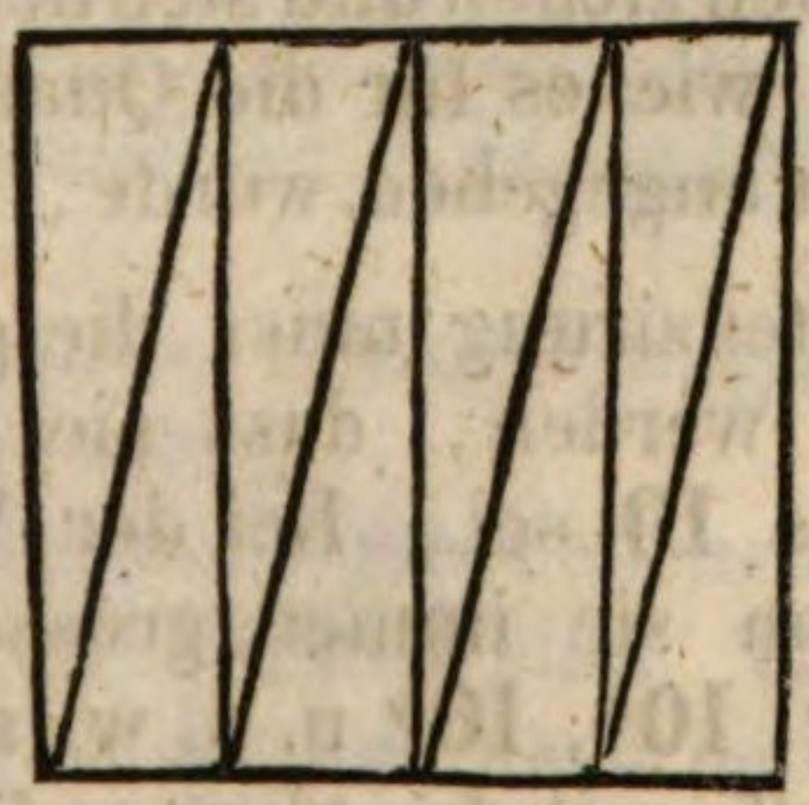
zeigen somit die vierte Potenz von **21**, die fünfte

von **17** und die neunte von **108** an. Die Zahlen **4**, **5** und **9** sind Potenzexponenten.

23. Es ist bereits gezeigt worden, dass die zweite Potenz irgend einer Zahl sich auf der schiefen Quadratzahlenlinie befindet, deren Neigung im Verhältniss von **1** der Basis zu **1** der Höhe ist, und dass die dritte Potenz irgend einer Zahl auf einer der zwei Kubikzahlenlinien steht, die im Verhältniss von **1** der Basis zu **2** der Höhe geneigt sind.

Eben so käme die *vierte Potenz* auf einer der *drei* Transversallinien zu stehen, die auf der Figur mit dem Neigungsverhältnisse von **1** der Basis zu **3** der Höhe gezogen werden können; die *fünfte Potenz* wäre sohin auf einer der *vier* mit dem Neigungsverhältniss von **1** der Basis zu **4** der Höhe gezogenen Transversallinien u. s. w.

Diese Reihenfolge der Linien ist für den fünften Grad in nachstehender Figur angegeben:



24. Man nennt im Allgemeinen Wurzel einer Zahl diejenige Zahl, welche mehrere Male mit sich selbst multiplizirt die erstere hervorbringt.

Der *Grad* der Wurzel oder *Wurzelexponent* ist die Zahl, welche anzeigt, wie vielmal die Multiplikation vorgenommen werden soll.

So ist **2** die *Wurzel vierten Grades* von **16**, *fünften Grades* von **32** u. s. w.; ebenso wie **3** die Wurzel vierten Grades von **81** und fünften Grades von **243** ist.

Wie bei den Quadrat- und Kubikwurzeln, setzt man auch im Allgemeinen vor die Zahl, aus der eine Wurzel ausgezogen werden soll, das Wurzelzeichen $\sqrt{\ }$, und in dessen Oeffnung den Grad der auszuziehenden Wurzel. Man schreibt also:

$$\sqrt[4]{16} = 2, \quad \sqrt[4]{81} = 3, \quad \sqrt[5]{243} = 3.$$

25. Um eine gegebene Zahl zu potenziren, oder um davon die Wurzel eines gewissen Grades auszuziehen, kann man auf dem Abacus die dieser Potenz oder diesem Grade zukommenden Transversallinien ziehen und sich derselben auf die nämliche Art, wie es für die Quadrat- und Kubikzahlenlinien angegeben wurde, bedienen.

Bei der Potenzirung muss die gegebene Zahl so umgeformt werden, dass sie grösser als **1** und kleiner als **10** sei. Bei der Wurzelauszie-hung wird man sie immer grösser als **1** und kleiner als 10^4, 10^5, 10^6 u. s. w. machen, und zu diesem Behufe mit der vierten, fünften, sechsten . . . . . Potenz einer der Einheit, welcher mehrere Nullen nachfolgen, gleichen Zahl multipliziren oder dividiren, je nachdem es sich um

eine Wurzel vierten, fünften oder sechsten Grades handelt.

Die Lesung wird auf die nämliche Weise, wie bei den Quadrat- und Kubikzahlen, verrichtet werden. Die auf verschiedenen Punkten der ersten Transversallinie angemerkten Zahlen werden dieselben sein, welche den Enden der durch diese Punkte laufenden Schiefen entsprechen; die Zahlen der zweiten Transversallinie werden die zehnfachen der an den Enden der Schiefen stehenden sein; die Zahlen der dritten die hundertfachen davon u. s. w.

Für diese Rechnungen kann man auch von den Logarithmen Gebrauch machen, wie es später erklärt werden wird (Nr. **46**).

26. Soll aus der Potenz einer Zahl eine Wurzel ausgezogen werden, wie z. B. die Quadratwurzel aus der Kubikpotenz von **7**, so ist man für die Bezeichnung dieser Verrichtung übereingekommen, den Wurzelexponenten **2** unter den Potenzexponenten **3** zu setzen, sod ass die zwei abgekürzten Ausdrücke $\sqrt{7^3}$ und $7^{\frac{3}{2}}$ gleiche Bedeutung haben.

Man sagt dann der Gleichförmigkeit wegen, $7^{\frac{3}{2}}$ ist die $\frac{3}{2}$ Potenz von **7**.

Die Potenzirung mit gebrochenen Exponenten, die grösser als die Einheit sind, kann auch mit Hilfe der auf dem Abacus nach den Grundsätzen Nr. **23** zu ziehenden Transversallinien geschehen. So würde für die $\frac{3}{2}$ Potenz die Neigung der Transversallinie im Verhältniss von **1** der Basis zu $\frac{3}{2}$ weniger **1**, mithin $\frac{1}{2}$ der Höhe sein.

Nun aber ist die erste Kubikzahlenlinie gegen den linken Tafelrand eben so geneigt, wie es die $\frac{3}{2}$ *Potenzenlinie* gegen den unteren Tafelrand sein sollte. Man kann sich also dieser Kubikzahlenlinie bedienen, um die $\frac{3}{2}$ Potenzen zu finden.

Beispiele der $\frac{3}{2}$ Potenzirung.

I. Man verlangt die $\frac{3}{2}$ Potenz von **5**.

Geht man von der Zahl **5** auf dem linken Tafelrande aus und folgt der entsprechenden Horizontalen bis zur ersten Kubikzahlenlinie, so wird die Schiefe, die man sich durch diesen Punkt denken kann, die Zahl **11,2** an ihren Enden angeben. Man schreibt somit

$$5^{\frac{3}{2}} = 11{,}2.$$

Die genaue Rechnung der Quadratwurzel von **125** durch eine Dezimalzahl vergrössert giebt **11,18**; das Resultat des Abacus ist also bis auf $\frac{1}{559}$ annähernd.

II. Man verlangt die $\frac{3}{2}$ Potenz von **21**.

Man gehe von der auf dem rechten Tafelrande stehenden Zahl **21** aus, so wird man auf dem entsprechenden Punkte der zweiten Kubikzahlenlinie **96,2** finden. Man hat also

$$21^{\frac{3}{2}} = 96{,}2.$$

Die genaue Rechnung gibt **96,234**. Die erhaltene Annäherung ist also bis auf ungefähr $\frac{1}{2830}$.

Proportionen, Regel de Tri, mittlere Proportionalzahlen u. s. w.

27. Eine *Quotienten-* oder *eigentliche Proportion* besteht aus *vier Gliedern* oder solchen Zahlen, von denen das Produkt der äusseren dem Produkte der inneren gleich ist.

Es wird also nichts leichter sein, als das unbekannte Glied einer Proportion, von der man die drei anderen kennt, mit dem Abacus zu berechnen; man braucht nur das Produkt von zweien dieser Glieder durch das dritte zu dividiren, so ist der Quotient das unbekannte Glied.

Die Verrichtungsfolge bei diesen Berechnungen bietet drei verschiedene Verfahrungsarten dar.

So kann man 1) damit anfangen, das Produkt zu suchen, oder 2) einen der beiden Faktoren durch das dritte Glied dividiren und dann die Multiplikation vornehmen, oder endlich 3) die umgekehrte Division derjenigen, welche verrichtet werden sollte, ausführen, und dann den frei gebliebenen Faktor durch den Quotienten dieser Division dividiren.

Beispiele der Berechnung des unbekannten Gliedes einer Proportion, deren die drei anderen gegeben sind.

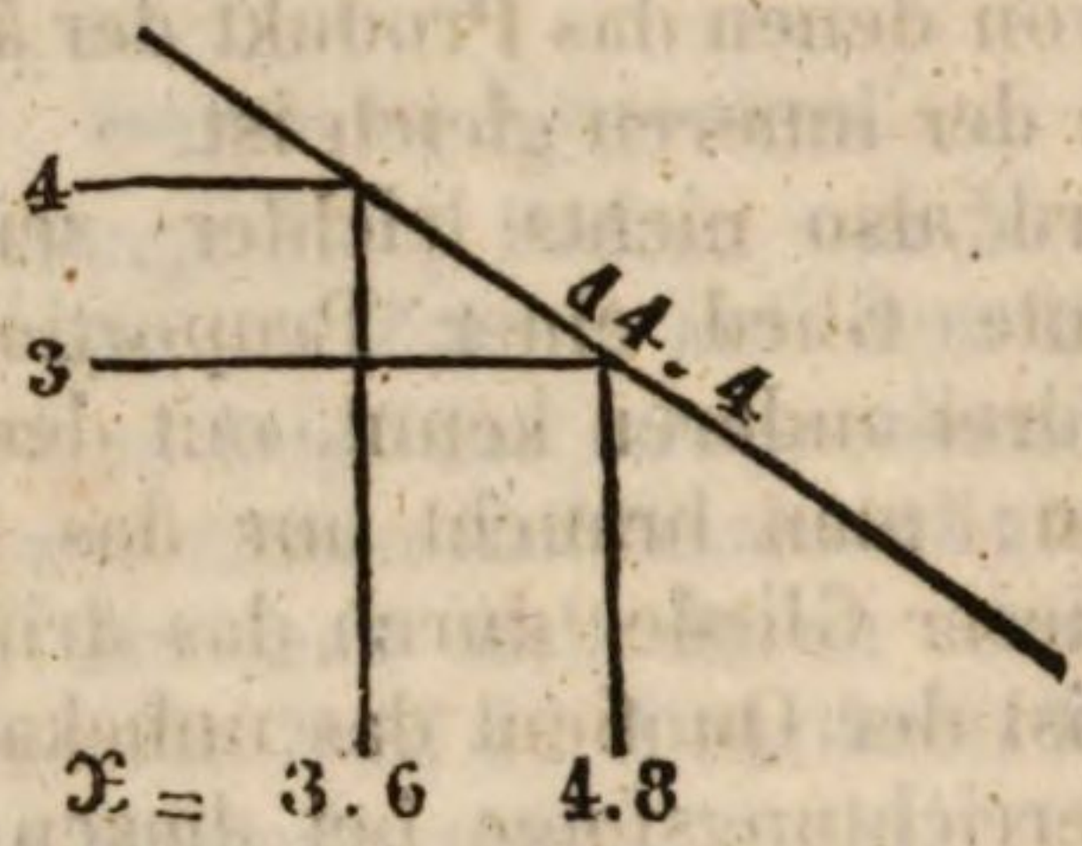
I. Man verlangt das vierte Glied x der Proportion

4 : 48 :: 3 : x?

Erste Verfahrungsart. Man multiplizire **48** mit **3**, so ist nach Nr. 8 das Produkt auf der Schiefen **14,4**; man dividire alsdann nach Nr. **13**

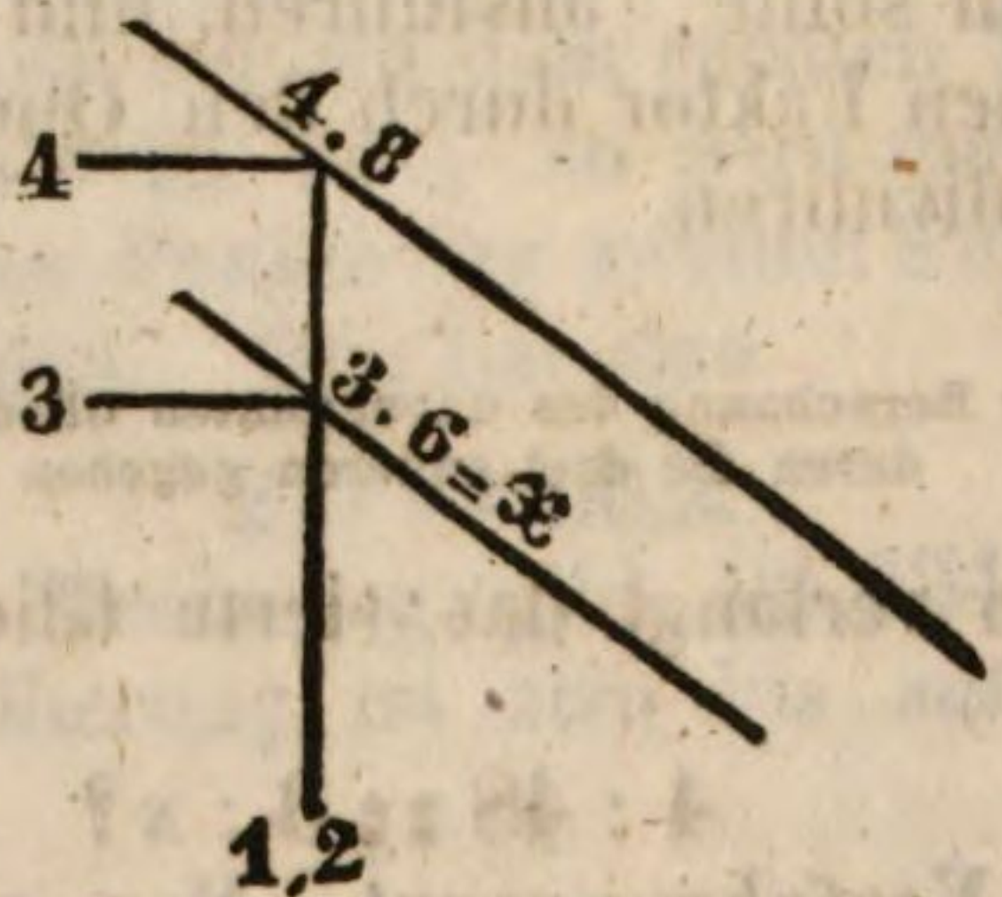
dieses Produkt durch **4** und folge jener Schiefen bis zur Horizontalen **4**, so wird der Quotient **36** der gesuchte Werth von x sein.

Die Folge dieser Verrichtung kann folgendermassen dargestellt werden:



Zweite Verfahrungsart. Da das zweite Glied **48** grösser als das erste **4** ist, so dividire man vorerst **48** durch **4** und multiplizire darauf den Quotienten **12** mit **3**, was **36** giebt.

Nachstehende Figur zeigt diese Verrichtungsfolge an.



II. Es sei x in der Proportion **48 : 4 :: x : 9** zu berechnen.

Erste Verfahrungsart. Man suche das Produkt von **48** mit **9**, das **432** ist, dividire selbes durch **4** und man wird den Quotienten **108** für den Werth von x erhalten.

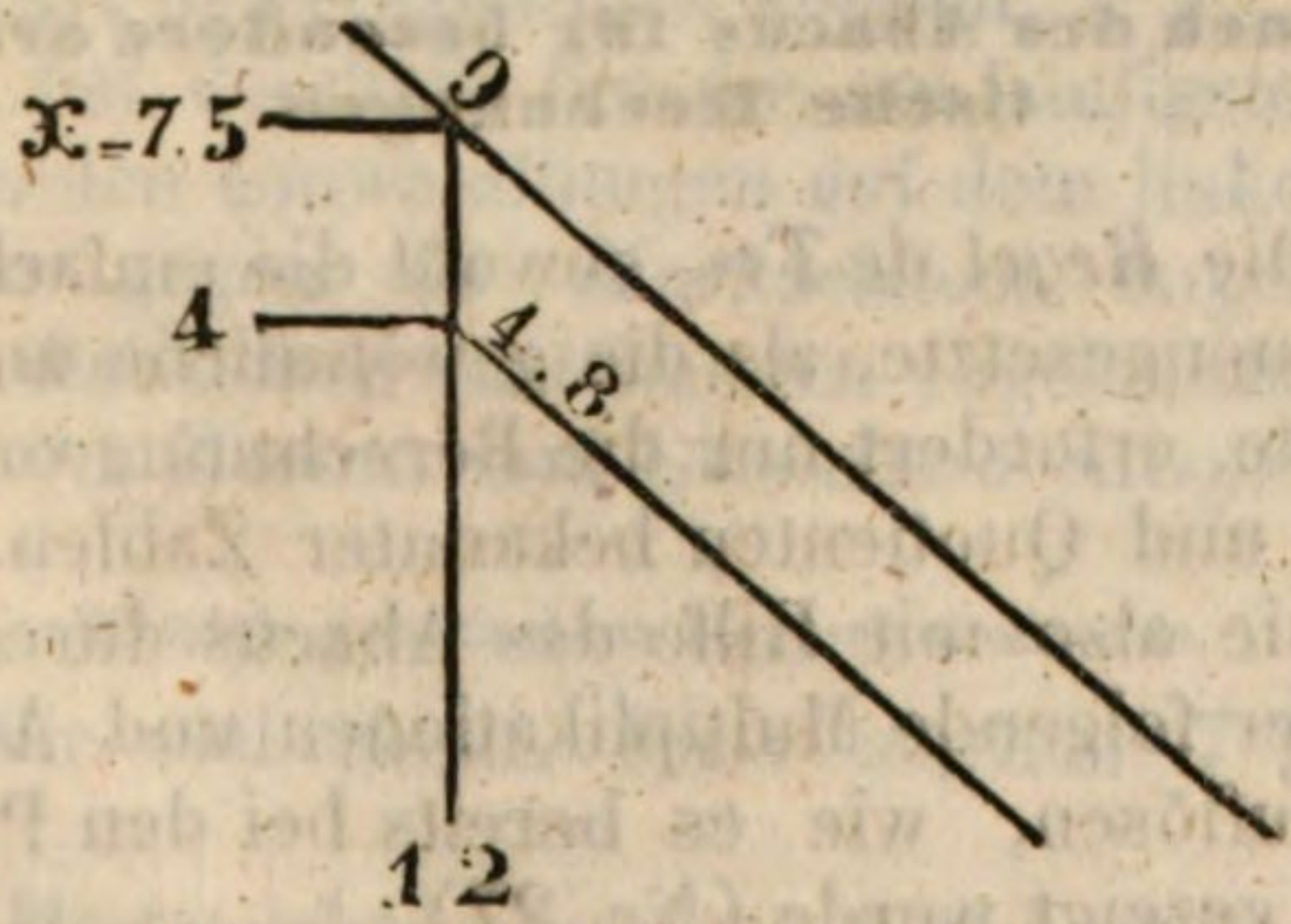
Es ist hier zu bemerken, dass die Schiefe **43,2**, welche dem Produkte **4,8** mit **9** entspricht, nicht diejenige ist, die zur Division von **432** durch **4** dienen kann. Man muss die andere dem Punkte **4** zunächst liegende Schiefe **4,32** suchen.

Dieser Umstand trifft aber nicht ein, wenn man nach der zweiten Verfahrungsart **9** mit $\frac{48}{4}$ oder mit **12** multiplizirt.

III. Es sei x in der Proportion **48:4 :: 9:x** zu finden.

Dritte Verfahrungsart. Weil **48** grösser ist als **4**, so dividirt man zuerst **48** durch **4**, und der Quotient **12** wird zum Divisor von **9** genommen, was $x = \frac{9}{12} = 0{,}75$ giebt.

Nachstehende Figur zeigt an, wie man auf dem Abacus zu verfahren hat.



28. Die *mittlere Proportionalzahl* zwischen

zwei Zahlen ist der Werth der inneren Glieder einer Proportion, in welcher diese Glieder gleich und die äusseren bekannt sind. Die Berechnung einer mittleren Proportionalzahl beschränkt sich auf die Quadratwurzelausziehung aus dem Produkte, welches man durch die Multiplikation der beiden äusseren Glieder erhält, was ohne die geringste Schwierigkeit mit Hilfe des Abacus geschieht.

Beispiele der Berechnung einer mittleren Proportionalzahl.

Es soll x in der Proportion **2**: x :: x: **4,5** berechnet werden.

Man nehme das Produkt **2** mit **4,5**, was **9** gibt; die Quadratwurzel von **9** ist **3** und diese Zahl somit der Werth von x. Hätte man die Proportion **2** : x : : x : **45** gehabt, so würde man die Quadratwurzel von **90** genommen haben und hätte dann **9,50** für x gefunden.

Gebrauch des Abacus für besondere arithmetische Rechnungen.

29. Die *Regel de Tri*, sowohl die einfache und zusammengesetzte, als die gewöhnliche und umgekehrte, erfordert nur die Berechnung von Produkten und Quotienten bekannter Zahlen. Man kann sie also mit Hilfe des Abacus durch nach einander folgende Multiplikationen und Additionen auflösen, wie es bereits bei den Proportionen gezeigt wurde (Nr. **27**).

Die *Gesellschafts-*, *einfache Zins-* und *Dis-*

konto-Rechnungen sind nur besondere Fälle der Regel de Tri.

Die *Zins-auf-Zins-, Tilgungs- Rechnungen etc.* geschehen mittelst Potenzen und Wurzeln, die der Abacus giebt (Nr. **22** und die folgenden).

30. *Gewichts- und Massumwandlungen.*

Will man wissen, wieviel eine Grösse (eine Länge z. B.), die in einer gewissen Einheit (z. B. im französischen Meter) ausgedrückt ist, gegenüber einer anderen Einheit ausmacht (es seien diess rhein. Fuss), so darf man nur die gegebene Zahl (der franz. Meter) mit dem Verhältniss der ersten Einheit zur zweiten (des Meters zum rhein. Fuss) multipliziren.

Diese Zahl ist immer dieselbe für die nämlichen Einheiten. Sobald man also ein für allemal auf einem der Tafelränder ein Merkzeichen angebracht hat, das sich auf diesen gemeinschaftlichen Multiplikator bezieht, so wird man dann leicht alle möglichen Umwandlungen von derselben Art bewerkstelligen können.

Man hat desshalb für die am häufigsten vorkommenden Umwandlungen auf dem linken Tafelrande gegen **40** *Merkzeichen* angebracht, welche den neben anstehenden abgekürzten Angaben von Massen und Gewichten entsprechen.

Beispiele von direkten Massumwandlungen.

I. Wie viel rhein. Fuss machen **7** Pariser Toisen?

Das Merkzeichen, welches der Angabe *Paris. Toisen, rhein. Fuss* entspricht, ist über der

Abtheilung 6,2 auf dem linken Tafelrande angebracht. Folgt man nun der diesem Merkzeichen zunächst liegenden Horizontalen bis zur Senkrechten 7, so trifft man die Schiefe 43,5. Demnach kommen auf 7 Pariser Toisen $43\frac{5}{10}$ rhein. Fuss.

Die genaue Rechnung giebt 43,47; die erhaltene Annäherung ist also bis auf $\frac{1}{2173}$.

II. Wie viel Wiener Pfunde machen 22 Kilogramme?

Die Angabe: *Kilog. Wiener Pfunde* entspricht einem Merkzeichen, das durch die Abtheilung 1,79 des linken Tafelrandes geht. Man folge demnach der Horizontalen 1,79 bis zur Senkrechten 2,2 und man wird sich auf der Schiefen 39,4 befinden.

Die genaue Rechnung giebt 39,38; die erhaltene Annäherung ist also bis auf ungefähr $\frac{1}{1964}$.

31. Will man aber die umgekehrten Umwandlungen der neben den Merkzeichen stehenden Angaben bewirken, und z. B. rhein. Zoll in Dezimeter, Morgen in Hektaren u. s. w. umwandeln, so bediene man sich als Divisoren der nämlichen Zahlen, welche in der direkten Rechnung als Multiplikatoren gebraucht werden.

Beispiele von umgekehrten Massumwandlungen.

I. Wie viel Kubikmeter machen 838 rhein. Kubikfuss?

Die Angabe: $\frac{1}{10}$ *Kubikmeter, rhein. Kubikfuss* entspricht der Horizontalen 3,23. Folgt man dieser Horizontalen bis zur Schiefen 8,38.

so trifft man die Senkrechte **2,60**; der Quotient wäre demnach **2,60**; da man aber wegen des Multiplikators $\frac{1}{10}$ nur den zehnten Theil nehmen kann, weil er ausdrückt, dass ein Zehntel des Kubikmeters **3,23** Kubikfuss gleich ist, so ergiebt sich

838 rhein. Kubikfuss = **26** Kubikmetern.

II. Wieviel Myriametern kommen **327** deutsche Meilen gleich?

Das Merkzeichen, welches der Angabe: *Myr. deutsche Meilen* entspricht, ist auf der Horizontalen **1,35**. Folgt man dieser Horizontalen bis zur Schiefen **3,27**, so trifft man dort die Senkrechte **2,48**. Man wird also

327 deutsche Meilen = **248** Myriametern

setzen.

Gebrauch des Abacus für Berechnungen der praktischen Geometrie.

32. *Kreisumfang.* Um den Umfang eines Kreises, dessen Radius r man kennt, zu erhalten, muss man bekanntlich das Doppelte dieses Radius mit der beständigen Zahl $\frac{22}{7}$ oder genauer $\frac{355}{113}$ oder noch genauer **3,1415926**.... multipliziren. Diese Zahl wird immer durch den griechischen Buchstaben π bezeichnet, und die Länge des Kreisumfanges auf abgekürzte Weise, durch die Formel $2\pi r$ ausgedrückt. Um die Verrichtungen, wo die Zahl 2π als Multiplikator oder als Divisor genommen wird, zu erleichtern, hat man auf der Tafel eine Horizontale gezogen, die durch den Abtheilungspunkt **6,28** des linken Tafelrandes läuft.

Der Gebrauch dieser Linie ist in den folgenden Beispielen erklärt.

Beispiele von Berechnungen, die sich auf den Kreisumfang beziehen.

I. Wie gross ist der Umfang eines Kreises, dessen Radius **125** Fuss beträgt?

Man folge der Senkrechten **1,25** bis zu der Horizontalen, die die Bezeichnung *Kreisumfang* und $2\pi r$ führt; der Durchschnittspunkt ist auf der Schiefen **7,85** und mithin die gesuchte Länge **785** Fuss.

II. Wie gross ist der Radius eines Kreises, dessen Umfang **236** Fuss beträgt?

Man suche auf der Horizontalen $2\pi r$ den Punkt, wo sie die Schiefe **23,6** schneidet; dieser Punkt ist auf der Senkrechten **3,77** und der gesuchte Radius also $37\frac{7}{10}$ Fuss gleich.

33. *Kreisfläche.* Die Oberfläche eines Kreises ist gleich dem Produkte der beständigen Zahl π mit dem Quadrate des Radius multiplizirt, was man abgekürzt durch die Formel πr^2 ausdrückt.

Die Transversallinien, welche die Bezeichnung *Oberfläche des Kreises* führen und parallel mit Quadratzahlenlinien laufen, geben sogleich das gesuchte Produkt.

Beispiele von Berechnungen, die sich auf die Kreisfläche beziehen.

I. Wie gross ist der Flächeninhalt eines Kreises, dessen Radius $2\frac{4}{10}$ Fuss beträgt?

Man folge der Senkrechten **2,4** bis zu der Transversallinie, die mit der Angabe *Oberfläche des Kreises* bezeichnet über der Quadratzahlenlinie liegt. Diese zwei Linien treffen auf der Schiefen **15,3** zusammen; der gesuchte Flächeninhalt beträgt also **153** Quadratfuss.

II. Wie gross ist der Flächeninhalt eines Kreises, dessen Radius **526** Fuss beträgt?

Man verfahre, als wäre die Zahl zwischen **1** und **10** begriffen, das heisst, als wäre sie gleich **5,26.** Folgt man der zugehörigen Senkrechten bis zu der Transversallinie, die die Bezeichnung *Oberfläche des Kreises* führt und unter der Quadratzahlenlinie liegt, so ist der Durchschnittspunkt auf der Schiefen 8,7; man muss indessen **87** lesen, weil die Gradabtheilung der Transversallinie, auf der man sich befindet, und welche die andere über der Quadratzahlenlinie laufende Transversale fortsetzt, sich von **31,8** bis **314,2** erstreckt. Die Oberfläche des Kreises, dessen Radius **5,26** Fuss lang ist, beträgt demnach **87** Quadratfuss; da man indessen einen **100**mal grösseren Radius zu berechnen hatte, so muss das erhaltene Resultat mit dem Quadrate von **100** oder mit **10000** multiplizirt werden, worauf man **870000** Quadratfuss für den Flächeninhalt eines Kreises, dessen Radius **526** Fuss beträgt, finden wird.

III. Wie gross ist der Radius eines Kreises, dessen Oberfläche $\frac{246}{1000}$ Quadrattoisen beträgt?

Da die Transversallinien, welche sich auf die Oberfläche des Kreises beziehen, von **3,142** bis

314,2 in Grade abgetheilt sind, so muss man, wenn die gegebene Oberfläche nicht zwischen diesen Zahlen begriffen ist, sie durch das Quadrat von **10, 100, 1000** multipliziren oder dividiren.

In dem vorliegenden Falle wird man mit dem Quadrat von **10** multipliziren, was **24,6** gibt.

Diese Zahl, auf der über der Quadratzahlenlinie liegenden Transversallinie genommen, fällt merklich auf die Senkrechte **2,8**; und da man den gegebenen Flächeninhalt mit dem Quadrate von **10** multiplizirt hat, so muss der eben gefundene Radius wieder durch **10** dividirt werden. Der gesuchte Radius beträgt also $\frac{2\,8}{1\,0\,0}$ Toisen.

34. *Kugel.* Die Oberfläche einer Kugel ist gleich dem Vierfachen der Oberfläche eines Kreises, welcher denselben Radius, oder geradezu der Oberfläche eines Kreises, welcher den doppelten Radius hat; diess wird durch die Formel $4\,\pi r^2$ ausgedrückt.

Man wird also mit Hilfe der beiden sich auf den Kreis beziehenden Transversallinien die Oberfläche einer Kugel, deren Radius, oder den Radius einer Kugel, deren Oberfläche gegeben ist, sehr leicht finden.

Man erhält den Kubikinhalt einer Kugel, wenn man die beständige Zahl $\frac{4}{3}\pi$ oder **4,18879** mit der Kubikpotenz des Radius multiplizirt, was durch die Formel $\frac{4}{3}\pi r^3$ ausgedrückt wird.

Die sich auf den Kubikinhalt der Kugel beziehenden Aufgaben wird man eben so leicht wie jene, die die Oberfläche des Kreises betreffen, mittelst

der drei Transversallinien auflösen, welche auf dem Abacus parallel mit den Kubikzahlenlinien gezogen die Bezeichnung *Kubikinhalt der Kugel* führen.

Die Gradabtheilung der obersten dieser Linien, die nächst dem linken Tafelrande läuft, erstreckt sich von **4,19** bis **15,5**; die der zweiten die Quadratzahlenlinie schneidenden von **15,5** bis **4,89**; und die der dritten, welche die untere mit Oberfläche des Kreises bezeichnete Linie schneidet, von **489** bis **4189**.

Handelt es sich nun um den Kubikinhalt einer Kugel, deren Radius bekannt ist, so multiplizirt oder dividirt man diesen Radius durch **10**, **100**, **1000**...., um ihn grösser als **1** und kleiner als **10** zu machen; will man aber den Radius einer Kugel, deren Kubikinhalt gegeben ist, finden, so wird man diesen Inhalt mit 10^3 oder mit 100^3 oder mit 1000^3 u. s. w. multipliziren oder dividiren, damit er grösser als **4,19** und kleiner als **4189** werde. Nur muss aber nach einer mit **10**, **100**, **1000** vorgenommenen *Multiplikation* oder *Division* des Radius der erhaltene Inhalt durch die Kubikzahl dieser Potenz von **10** *dividirt* oder *multiplizirt* werden, und so umgekehrt bei einer umgekehrten Verrichtung.

Beispiele von Berechnungen, die den Kubikinhalt der Kugel betreffen.

I. Man verlangt den Inhalt einer Kugel, deren Radius $78\frac{5}{10}$ Kubikfuss beträgt.

Man folge der Senkrechten **7,85** bis zu der

dritten die Bezeichnung *Kubikinhalt der Kugel* führenden Transversallinie, so wird man dort die Schiefe **20,3** finden, welche dem Inhalte **2030** entspricht. Da aber der Radius durch **10** dividirt wurde, so muss man jetzt das erhaltene Resultat mit **1000** multipliziren; und somit wird der gesuchte Inhalt **2030000** Kubikfuss betragen.

II. Wie gross ist der Radius einer Kugel, deren Inhalt $\mathbf{1}_{1}^{\mathbf{2}}{}_{\mathbf{0}}^{\mathbf{0}}{}_{\mathbf{0}}^{\mathbf{0}}$ Kubikfuss beträgt?

Man multiplizire diese Zahl mit **1000** (Kubikpotenz von **10**), so ist das Produkt **1260** zwischen **4,19** und **4189** enthalten. Dieses Produkt befindet sich auf der dritten Transversallinie und gehört zu der Senkrechten **6,7**. Da man aber den Inhalt mit **1000** multiplizirt hat, so muss man nun den Radius durch **10** dividiren, was für den gesuchten Radius $\frac{6\,7}{1\,0\,0}$ Toisen gibt.

35. *Reguläre Vielecke.* Die Fläche irgend eines regulären Vieleckes ist gleich dem Quadrate seiner Seite mit einer beständigen Zahl multiplizirt oder dividirt. Die Multiplikatoren, die sich auf die am häufigsten vorkommenden regulären Vielecke beziehen, sind auf dem rechten Tafelrande mittelst eines horizontalen Merkzeichens, das der Benennung des Vieleckes mit dem davor stehenden Buchstaben o entspricht, angegeben.

Beispiel der Flächeninhalts - Berechnung eines regulären Vieleckes.

Wie gross ist die Fläche eines sechseckigen Wasserbehälters, dessen Seite 6 Fuss beträgt?

Folgt man der Senkrechten **4** bis zur Quadratzahlenlinie, so trifft man dort die Schiefe **16**; der Durchschnittspunkt der Senkrechten **16** mit der durch das Merkzeichen o Sechseck gehenden Horizontalen ist auf der Schiefen **4,15**, so dass also die gesuchte Fläche $\mathbf{41}\frac{5}{10}$ Quadratfuss enthält.

Für ein Zwölfeck müsste man das Produkt zehnmal grösser und für ein Dreieck nur den zehnten Theil davon nehmen.

36. ***Ellipse, in und um den Kreis beschriebenes Quadrat, Cylinder, Kegel u. s. w.*** Die Fläche einer Ellipse ist gleich dem Produkte ihrer zwei Halbaxen mit der Zahl π multiplizirt oder durch $\frac{1}{\pi}$ dividirt. Das Hundertfache von $\frac{1}{\pi}$ findet man auf dem oberen und das Zehnfache auf dem unteren Tafelrande an den Punkten, wo die Transversallinien mit der Bezeichnung *Oberfläche des Kreises* diese Tafelränder treffen. Der Werth von $\frac{1}{\pi}$ ist **0,3183**...

Der Flächeninhalt eines in den Kreis eingeschriebenen Quadrates ist dem Doppelten vom Quadrate des Radius gleich.

Der Flächeninhalt eines um den Kreis beschriebenen Quadrates ist dem Vierfachen vom Quadrate des Radius, oder dem Quadrate des Durchmessers gleich.

Der Flächeninhalt des Mantels eines geraden Cylinders ist gleich dem Produkte aus dem Umfange des Grundkreises in die Höhe des Cylinders.

Der Flächeninhalt des Mantels eines geraden

Kegels ist gleich dem Produkte des Grundkreises in die Hälfte der Seitenlinie des Kegels.

Der Kubikinhalt eines geraden Cylinders ist gleich dem Produkte der Grundfläche in die Höhe des Cylinders; der Kubikinhalt eines geraden Kegels ist dem Drittheile des Inhaltes eines Cylinders gleich, der dieselbe Grundfläche und Höhe hat.

Das hier Vorausgeschickte reicht hin, um begreiflich zu machen, wie leicht die verschiedenen Flächen und Kubikinhalte, welche eben aufgezählt wurden, mittelst der auf den Umfang des Kreises bezüglichen Linien berechnet werden können.

Beispiele von Berechnungen des Flächen- und Kubikinhaltes verschiedener Figuren.

I. Wie gross ist der Flächeninhalt einer Ellipse, deren Halbaxen $\frac{4}{10}$ und $\frac{625}{1000}$ Fuss betragen?

Das Produkt von **4** mit **6,25** ist **25**. Man folge dieser Schiefen bis zu der Senkrechten $\frac{1}{\pi}$, welche durch das obere Ende der ersten auf den Kreis bezüglichen Transversallinie und das untere Ende der zweiten geht. Der Durchschnittspunkt ist auf der Horizontalen **7,87**. Man multiplizire nun mit **10**, weil die genommene Senkrechte dem Zehnfachen von $\frac{1}{\pi}$ entspricht, dividire sodann mit **100**, weil man jeden der Faktoren mit **10** multiplizirt hat; der gesuchte Flächeninhalt wird $\frac{787}{1000}$ Quadratfuss betragen.

II. Wie gross ist der Flächeninhalt eines Qua-

drates, das in einen Kreis, dessen Umfang 80 Toisen beträgt, eingeschrieben ist?

Die Schiefe 8 schneidet die Horizontale $2\pi r$ auf der Senkrechten 1,265, und diese Senkrechte schneidet die Quadratzahlenlinie in dem Punkte 1,62. Nimmt man das Doppelte und dann das Hundertfache davon, so findet man 324 Quadrattoisen für den gesuchten Flächeninhalt.

III. Wie gross ist der Kubikinhalt eines geraden Kegels, dessen Grundkreis einen Umfang von 8 Fuss hat und dessen Höhe 6 Fuss beträgt?

Fährt man senkrecht von dem Punkte, wo die Schiefe 8 die Horizontale $2\pi r$ schneidet, bis zu ihrem Zusammentreffen mit der ersten auf den Kreis bezüglichen Transversallinie herunter, so trifft man dort die Schiefe 5,1. Diess ist der Flächeninhalt des Grundkreises. Multiplizirt man 5,1 mit 2 (Drittheil von 6), so erhält man das Produkt 10,2; der verlangte Inhalt beträgt also $10\frac{2}{10}$ Kubikfuss.

IV. Wie gross muss der Radius sein, damit der Umfang des Kreises in Fuss ausgedrückt dieselbe Zahl gebe, wie die in Quadratfuss ausgedrückte Oberfläche dieses Kreises?

Da sich die Horizontale $2\pi r$ und die erste auf den Kreis bezügliche Transversallinie auf der Senkrechten 2 schneiden, so ist der gesuchte Radius gleich 2 Fuss.

V. Wie gross muss der Radius sein, damit die in Quadratfuss ausgedrückte Oberfläche des Kreises ein Zehntel des in Kubikfuss ausge-

drückten Inhaltes der Kugel von gleichem Radius sei?

Die zweite Transversallinie πr^2 und die dritte, die sich auf die Kugel bezieht, schneiden sich auf der Senkrechten **7,5** in einem Punkte, welcher der Zahl **176,7** auf der ersteren und der Zahl **1767** auf der zweiten angehört, Demnach ergeben sich $7\frac{5}{10}$ Fuss für den gesuchten Radius.

Gebrauch des Abacus für Berechnungen der praktischen Mechanik.

37. Man hat auf dem ersten Tafelrande *Merkzeichen* angebracht, welche den spezifischen Gewichten der verschiedenen Metalle, deren man sich am häufigsten zu Kunsterzeugnissen bedient, entsprechen. Um die numerischen Werthe dieser Gewichte zu finden, muss man die Abtheilungen, zu welchen die Merkzeichen gehören, lesen und sich erinnern, dass das Gewicht des Wassers als Einheit angenommen ist. Man wird dann, von unten nach oben gehend, sehen, dass das gegossene Silber **10,5**, das gegossene Blei **11,35**, das Quecksilber bei **0°** **13,6**, das gegossene Gold **19,3**, das gewalzte Platin **22,06**, das gegossene Zink **6,86**, das Gusseisen **7,21**, das gegossene Zinn **7,29**, das Schmiedeisen **7,79**, der ungeglühte Messingdraht **8,54** und das gegossene Kupfer **8,9** wiegt.

Inhaltsgewichte verschiedener Substanzen.

Das ranzösische metrische System wird am zweckdienlichsten zur Bestimmung der absolu-

ten Gewichte von Körpern gegebener Dimensionen mittelst der Werthe ihrer spezifischen Gewichte gebraucht. Wenn man den Inhalt eines Körpers, der durch den als Einheit angenommenen Kubikmeter ausgedrückt ist, kennt, so reicht es hin, diesen Inhalt mit einer beständigen Zahl zu multipliziren, um das Gewicht des Körpers zu erhalten, wenn es sich nämlich um eine und dieselbe Substanz handelt. Diese beständige Zahl ist das in Kilogrammen ausgedrückte Gewicht eines Kubikmeters der Substanz.

Beispiel einer Gewichtsbestimmung im metrischen System.

Wie viel wiegt eine Stange Schmiedeisen von der Länge eines Meters und von $0^{m},04$ im Gevierten?

Das Quadrat von **4** ist **16**; multiplizirt man **16** mit **7,788** d. h. folgt man der Senkrechten **1,6** bis zur Horizontalen, welche durch das mit *Schmiedeisen* bezeichnete Merkzeichen geht, so trifft man dort die Schiefe **12,50**, welche dem Produkte **125,0** entspricht. Wenn man dann mit **1000** multiplizirt, weil der wirkliche Gewichtswerth eines Kubikmeters **7788** Kil. und nicht $7^{Kil.}$, 788 ist, und durch **10000** dividirt, weil **0,04** und nicht **4** zum Quadrate potenzirt werden sollte, so erhält man $12^{Kil.},5$ für den gesuchten Werth.

Es wird immer leicht sein, das Gewicht irgend eines Körpers zu bestimmen, wenn man nur das Gewicht des destillirten Wassers von gleichem Inhalte kennt.

Man nehme z. B. an, ein gewisser Inhalt Wasser wiege **150** Pfunde. Um zu wissen, wie viel geschmiedetes Eisen oder gegossenes Blei von gleichem Inhalte wiegen würde, wird man der Senkrechten **1,5** bis zu dem Horizontalen **7,79** und **1,14** folgen, welche den mit den Aufschriften Eisen (geschmiedet) und $\frac{1}{10}$ Blei (gegossen) versehenen Merkzeichen entsprechen; und da die Durchschnittspunkte sich auf den Schiefen **11,7** und **1,71** befinden, so wird man daraus schliessen, dass das Eisen **1170** und das Blei **1710** wiegen würde.

38. *Schwere.* Die Wirksamkeit der Schwere an einem bestimmten Orte wird durch das Doppelte des Raumes, welchen ein Körper, der in das Leere fällt, während der ersten Sekunde seines Falles durchläuft, gemessen; und diese Zahl, die man gewöhnlich durch den Buchstaben g anzeigt, ist im **49.** Grade der Breite gleich $9^{m},809$ oder $30\frac{2}{10}$ Paris. Fuss oder $31\frac{2}{10}$ rhein. Fuss. Der numerische Werth von g, seine Hälfte $\frac{1}{2}g$, sein Doppeltes $2g$, seine Quadratwurzel $\sqrt{g}$ die Quadratwurzel von seinem Doppelten $\sqrt{2g}$ gebraucht man als Multiplikatoren oder als Divisoren in einer Menge von Formeln, die sich auf den Fall der Körper, auf die Schwingungen des Pendels, den Abfluss der Flüssigkeiten u. s. w. beziehen. Die auf dem ersten Tafelrande angebrachten Merkzeichen gehören, wenn man von unten ausgeht, zu den Zahlen $\frac{1}{10}\,2g = 1^{m},962$, $\sqrt{g} = 3^{m},132$, $\sqrt{2g} = 4^{m},429$, $\frac{1}{2}g = 4^{m},904$,

$g = 9^{m},809$; sie werden also um Vieles die in Rede stehenden Berechnungen erleichtern.

Die Formeln, die sich auf den Abfluss des Wassers aus Ueberfällen beziehen, enthalten Quadratwurzeln von Kubikzahlen ($\frac{3}{2}$ Potenzen), und man kann dort das Verfahren anwenden, welches Nr. 26 angegeben wurde, um durch eine einzige Verrichtung Resultate dieser Art zu finden.

Weitere Aufgaben der angewandten Mechanik.

Die auf das Gleichgewicht verschiedener einfachen Maschinen bezüglichen Aufgaben, die nur die Lösung einer Proportion erfordern, jene, die die Dimensionen, Geschwindigkeiten und Kräfte der Räderwerke, die Berechnung der Pferdekräfte verschiedener Maschinen aus den Wirkungen, die sie in einer bestimmten Zeit hervorbringen, betreffen, und noch viele andere dieser Art können mittelst des Abacus aufgelöst werden.

Trigonometrie.

39. Man findet *über* und *unter* der Figur Massstäbe mit den Bezeichnungen: *Sinus*, *Cosinus*, *Tangenten und Cotangenten*. Diese Massstäbe bewerkstelligen die Verbindung zwischen den trigonometrischen Linien, deren Namen sie führen, und dem Massstabe der *Zahlen*, welcher in ihrer Mitte liegt.

Diese Einrichtung macht den Abacus für alle diejenigen Berechnungen in der Trigonometrie

geeignet, bei welchen die trigonometrischen Linien nur als Multiplikatoren oder als Divisoren vorkommen, was gewöhnlich der Fall ist.

Vorerst soll hier erklärt werden, wie man den Werth einer trigonometrischen Linie eines gegebenen Winkels finden kann.

40. *Sinus- und Cosinus - Massstab.* Der Sinusmaassstab besteht aus zwei Theilen, wovon der eine *über*, der andere *unter* dem Zahlen-Massstabe ist. Diese zwei Theile machen eigentlich nur einen und denselben Massstab aus, den man sich aber so denken kann, als wenn dessen eine Hälfte durch eine mit sich selbst parallele Bewegung auf die andere Seite des in der Mitte gelegenen Massstabes gekommen wäre, während die andere in ihrer vorigen Lage blieb. Vor dieser Zertheilung des Sinus - Massstabes soll der mit ihm verbundene Zahlen - Massstab als von **1** bis **100** numerirt betrachtet werden, da die Abtheilungen **10** bis **100** ganz dieselben wie von **1** bis **10** sind.

Diess festgesetzt, so fängt die Lesung von der Linken oben an, und man findet gegen die Rechte die Werthe

$$1^0,\ 2^0,\ 3^0,\ 4^0,\ 5^0,$$

welchen wieder auf dem Zahlen-Massstabe die folgenden dem Augenmasse nach bis auf $\frac{1}{100}$ der Einheit genommenen Werthe

1,75 3,49 5,23 6,98 8,72

entsprechen. Die Werthe der natürlichen Sinusse sind dagegen nächst $\frac{1}{1000}$ die folgenden

1,745 3,490 5,234 6,976 8,716

wie sie nämlich die gewöhnlichen Tafeln geben, wenn man **100** zum Radius nimmt.

Um den Sinus von 6^0 und darüber zu finden, muss man von der Linken desjenigen Massstabes ausgehen, welcher *unter* dem Zahlenmassstabe liegt, und die Abtheilungen als gälten sie jetzt **10, 20, 30** bis **100** und nicht mehr **1, 2, 3** bis **10** betrachten. Man findet dann für die Sinusse der Winkel

$$6^0, 7^0, 8^0, 9^0, 10^0, 20^0, 50^0, 70^0$$

die Zahlen

10,45 12,20 13,95 15,65 17,40 34,20 76,60 94,00;

und eine Tafel der natürlichen Sinusse hätte

10,453 12,187 13,917 15,643 17,365 34,202 76,604 93,97

gegeben.

Die zwei Theile des Sinus-Massstabes sind abgetheilt

von	**5**	zu	**5**	Minuten	von **35′**	bis **10**	Grad
„	**10**	„	**10**	„ „	„ **10°**	„ **20**	„
„	**15**	„	**15**	„ „	„ **20**	„ **30**	„
„	**30**	„	**30**	„ „	„ **30**	„ **50**	„
von Grad		zu	Grad		„ **50**	„ **70**	„
von **2** Grad		zu	**2** Grad		„ **70**	„ **80**	„

endlich zwischen **80** und 90^0 besteht nur ein Abtheilungspunkt, der 85^0 entspricht.

Es wird also leicht sein, auf dem Massstabe den annähernden Werth des natürlichen Sinus irgend eines in Grad und Minuten ausgedrückten Winkels oder umgekehrt den Werth eines durch

seinen Sinus gegebenen Winkels zu finden, wenn der Radius gleich **100** ist.

Nachstehende Resultate werden zur Uebung dienen.

Winkel.	Durch den Abacus gegebene Sinus.	Durch eine Tafel gegebene Sinus.
$0^0 35'$	1,02	1,018
2 12	3,84	3,839
5 50	10,15	10,164
32 45	54,10	54,097.

Man wird ausserdem bemerken, dass einem und demselben Sinus zwei Winkel, deren Summe immer 180^0 gleich ist, entsprechen. Diess erklärt den Gebrauch der doppelten Gradabtheilung, die sich auf dem Sinus-Massstabe befindet. Die Zahlen **179, 178, 177** u. s. w. sind mit den Zahlen **1, 2, 3** u. s. w. so neben einander gestellt, dass je zwei immer die beständige Summe **180** ausmachen.

Demnach sind die Sinusse der Winkel

$0^0 35'$ $2^0 12'$ $5^0 50'$ $32^0 45'$

zugleich diejenigen der Winkel

$179^0 25'$ $177^0 48'$ $174^0 10'$ $147^0 15'$.

Die Abtheilungen des Cosinus-Massstabes sind dieselben, die auf dem Sinus-Massstabe angemerkt sind; nur ist die Numerirung verschieden. Die Lesung geschieht auch auf dieselbe Art, indem man die Cosinusse für alle Winkel, welche durch die Gradabtheilung des oberen Massstabstheiles angegeben sind, als zwischen **1** und **10** und für alle diejenigen, die der

untere Massstabstheil anzeigt, als zwischen **10** und **100** begriffen betrachtet.

Man wird ferner bemerken, dass einem und und demselben Cosinus (im absoluten Werthe genommen) immer zwei Bogen entsprechen, deren Summe **180°** ist; dass die Summe der zwei kleineren Winkel, welche zu einer und derselben sich auf einen Sinus und auf einen Cosinus beziehenden Abtheilung gehören, gleich **90°** und die Summe der zwei grösseren, welche denselben Linien entsprechen, gleich **270°** ist.

Dieses festgesetzt wird die Lesung auf dem Cosinus-Massstabe keine Schwierigkeit darbieten und folgende Beispiele können zur Uebung dienen.

Winkel.	Durch den Abacus gegebene Cosinus.	Durch eine Tafel gegebene Cosinus.
10° od. 170°	98,50	98,48
61°15′ „ 118°45′	48,10	48,099
84°10′ „ 95°50′	10,20	10,16
87°10′ „ 92°50′	4,95	4,94
89°25′ „ 90°35′	1,02	1,018.

41. ***Tangenten- und Cotangenten-Massstab.***

Der erste dieser zwei Massstäbe besteht wie der Sinusmassstab aus zwei Theilen, wovon der einen *über*, der andere *unter* dem Zahlen-Massstabe liegt. Seine ursprüngliche Einrichtung ist ganz derjenigen des Sinus-Massstabes ähnlich.

Die Lesung geschieht von der Linken nach der Rechten auf dem oberen Massstabstheile, und ist man am Ende dieses, so fängt man wieder von der Linken auf dem unteren an.

Der Tangenten-Massstab ist abgetheilt

von	5	zu	5	Min.	von	35′	bis	10 Grad
„	10	„	10	„	„	10°	„	20 „
„	15	„	15	„	„	20	„	30 „
„	30	„	30	„	„	30	„	45 „

Da einer und derselben Tangente im absoluten Werthe genommen zwei Winkel, die sich einander ergänzen, entsprechen, so findet man auf dem Massstabe eine zweite Gradabtheilung, welche sich von 135° bis 180° erstreckt. Die Zahlen der zwei Gradabtheilungen, die zu einer und derselben Abtheilung gehören, machen fortwährend eine Summe von 180° aus.

Der Cotangenten-Massstab unterscheidet sich von dem Tangenten-Massstabe nur durch die Ziffern der Gradabtheilung; er begreift alle zwischen 90°35′ und 45° und zwischen 90°35′ und 135° enthaltenen Winkel.

Auf dem ersten Massstabe findet man also nicht die Tangenten der zwischen 45° und 90°, eben so wenig auf dem zweiten die Cotangenten der zwischen 0 und 45° oder zwischen 135° und 180° begriffenen Winkel.

Um diese scheinbare Lücke auszufüllen, darf man sich nur erinnern, dass die Tangente eines Winkels immer dem Quotienten aus der Einheit durch die Tangenten des Complementswinkels gleich ist. Man wird also für die Tangente eines Winkels zwischen 45° und 90° die Tangente seines Complementswinkels, der zwischen 0 und 45° sein wird, nehmen, und so für die Cotangente eines Winkels zwischen 0

und 45^0 oder zwischen 135^0 und 180^0 die Cotangente seines zwischen 45^0 und 135^0 enthaltenen Complementswinkels. Nur muss dieser so genommene Werth als Divisor betrachtet werden, wenn die trigonometrische Linie des gegebenen Winkels in der Rechnung als Multiplikator vorkommt, und als Multiplikator im entgegengesetzten Falle.

Es versteht sich überdiess, dass der Zahlen-Massstab als von **1** bis **10** numerirt angesehen werden soll, wenn man ihn mit dem oberen Massstabstheile der Tangenten und Cotangenten vergleicht; und dass er von **10** bis **100** numerirt werden muss, wenn man die Vergleichung mit dem unteren Theile dieses Massstabes anstellen will.

Dieses nun vorausgeschickt, wird nichts leichter sein, als den Werth der Tangente oder Cotangente eines gegebenen Winkels zu erhalten oder umgekehrt.

Die folgenden Resultate werden zur Uebung dienen.

Winkel.	Tangenten gegeben		Cotangenten gegeben	
	d. d. Abacus	d. eine Tafel	d. d. Abacus	d. eine Tafel.
$0^0 40'$	1,165	1,164	-	-
$2^0 35'$	4,510	4,512	-	-
$35^0 0$	70,00	70,02	-	-
$60^0 15'$	-	-	57,2	57,154
$115^0 45'$	-	-	48,2	48,234
$172^0 30'$	13,150	13,165	-	-

42. *Allgemeine Regel für alle trigonometrischen Rechnungen.* Alle diese Rechnungen be-

schränken sich darauf, dass man den Werth des Produktes und des Quotienten aus einer oder mehreren Zahlen durch eine oder mehrere trigonometrische Linien zu finden hat.

Nach dem Obenangeführten wird man den numerischen Werth einer trigonometrischen Linie, die einem gegebenen Winkel entspricht und umgekehrt, zu finden wissen, und also gewöhnliche Zahlen, die sich leicht auf dem Abacus lesen lassen, an die Stelle der trigonometrischen Linien, welche in den Formeln als Multiplikatoren oder als Divisoren vorkommen, setzen können.

Nur muss man die Resultate mit einander nicht verwechseln, die man auf zwei verschiedenen Theilen eines trigonometrischen Massstabes findet.

Dafür wird es angemessen sein, sich durch eine Figur die Einrichtung des Abacus zu veranschaulichen, die er gehabt haben würde, wenn man, anstatt die Massstäbe zu zertheilen, dieselben in ihrer ursprünglichen Länge gelassen hätte.

Diese Figur wäre alsdann, wie man es hier sieht, aus **4** dem Abacus ganz gleichen und auf dieselbe Art abgetheilten Quadraten zusammengesetzt; und da der untere und der linke Rand alsdann von **1** bis **100** numerirt gwesen wäre, so würden die Schiefen, auf denen man die Produkte liest, die zwischen **1** und **1000** begriffenen Zahlen führen.

Ursprüngliche Einrichtung des trigonometrischen Abacus.

Tangenten- und Cotangenten-Massstab.

Erste Hälfte. **Zweite Hälfte.**

100	1000	10000
B. Produkte einer trigonometrischen Linie, welche sich auf der ersten Maassstabshälfte endigt, in eine zwischen **1** und **10** enthaltene Zahl.		**D.** Produkte einer trigonometrischen Linie, welche sich auf der zweiten Maassstabshälfte endigt, in eine zwischen **10** und **100** enthaltene Zahl.
10	100	1000
A. Produkte einer trigonometrischen Linie, welche sich auf der ersten Maassstabshälfte endigt, in eine zwischen **1** und **10** enthaltene Zahl.		**C.** Produkte einer trigonometrischen Linie, welche sich auf der zweiten Maassstabshälfte endigt, in eine zwischen **10** und **100** enthaltene Zahl.
1	10	100

Erste Hälfte. **Zweite Hälfte.**

Sinus- und Cosinus-Massstab.

Andererseits treten die trigonometrischen Linien in Berechnungen nur als Verhältnisszahlen ein, die sich auf den Radius, der hier gleich **100** angenommen wurde, beziehen. Wenn also das Resultat einer trigonometrischen Formel eine Zahl ist, so muss die mit dem Abacus erhaltene

Zahl so vielmal durch **100** dividirt oder multiplizirt werden, als in der Formel trigonometrische Linien als Faktoren oder Divisoren vorkommen. Im entgegengesetzten Falle, wenn das Schlussresultat der Formel eine *trigonometrische Linie* sein soll, darf man nicht vergessen, in den Berechnungen den Radius der Tafeln, der gleich **100** ist, wieder aufzunehmen.

Kurz es wird weder der Werth der Zahl noch der Werth der trigonometrischen Linie, die einem gegebenen Resultate entspricht, zweideutig scheinen, wenn man sich die obige Figur in Gedanken vorstellt und sich erinnert, dass der Radius gleich **100** genommen wurde.

Nachstehende Beispiele werden diess klar machen. Der Deutlichkeit wegen werden die vier Quadrate mit A, B, C, D benannt werden.

43. Beispile von trigonometrischen Rechnungen.

I. Wie viel beträgt das in Zahlen ausgedrückte Produkt aus **74** in den Sinus von **30**^{0}?

Man folge der Horizontalen **7,4** bis zur Senkrechten **5,0**. Die sich auf Sinus **30**^{0} beziehende Senkrechte war **50,0**; der Durchschnittspunkt ist auf der Schiefen **37**. Einerseits muss dieser Durchschnittspunkt als im Quadrate D gelegen betrachtet werden und folglich wäre das Produkt **3700**; andererseits muss durch **100** dividirt werden, weil hier eine trigonometrische Linie als Faktor vorkommt, und so erhält man **37** für das gesuchte Produkt.

II. Wie viel beträgt das in Zahlen ausgedrückte Produkt aus **74** in den Sinus von **0°40′**?

Man folge der Senkrechten **1,16**, welche Sin. **0°40′** entspricht, bis zur Horizontalen **7,4**; der Durchschnittspunkt fällt auf die Schiefe **8,6**, und da vorausgesetzt werden muss, dass dieser Durchschnittspunkt sich im Quadrate B befindet, so ist das gesuchte Produkt **86** durch **100** dividirt, oder gleich **0,86**.

III. Wie gross ist der Winkel, dessen Tangente gleich $\frac{27}{38}$ ist?

Hier ist der Radius **100** darunter verstanden; die Aufgabe besteht eigentlich in der Auflösung der folgenden Proportion

38 : 27 :: 100 : Tg. a, was Tg. $a = \frac{2700}{38}$ giebt.

Man folge also der Horizontalen **3,8** bis zu der Schiefen **27**; der Durchschnittspunkt ist auf der Senkrechten **7,1**. Er würde auf der Senkrechten **71** im Quadrate C sein, wenn man auf der ganzen Figur von den Zahlen **38** und **2700** ausgegangen wäre. Man muss also auf dem zweiten Theile des Tangenten - Massstabes die Zahl, welche **7,1** entspricht, d. h. den Winkel **35°20′** lesen.

IV. Wie gross ist der Winkel, dessen Cotangente gleich $-\frac{327}{284}$ ist?

Diese Cotangente ist grösser als die Einheit; man muss also den Winkel suchen, der dem umgekehrten Werthe oder $-\frac{284}{327}$, als Tangente betrachtet, entspricht. Die Aufgabe wird also aufgelöst, wenn man den Werth

$$\text{Tg. } a = -\frac{28400}{327} = -\frac{2840}{32,7}$$

findet. Man folge der Horizontalen **3,27** bis zur Schiefen **28,4** und man wird dort die Senkrechte **8,6** treffen. Hätte man auf der ganzen Figur und von den Zahlen **32,7** und **2840** ausgehend die Verrichtung vorgenommen, so würde man diesen Durchschnittspunkt im Quadrate D gefunden haben; die Lesung muss somit auf dem zweiten Theile des Tangenten-Massstabes geschehen. Die Abtheilung **8,6** bezieht sich also auf **139°5′**. Diess ist der Winkel, dessen Tangente — $\frac{2}{3}\frac{8}{2}\frac{4}{7}$ und dessen Cotangente — $\frac{3}{2}\frac{2}{8}\frac{7}{4}$ gleich ist.

Man hat den grösseren der zwei Winkel, welche einem und demselben Grade des Massstabes entsprechen, genommen, weil es sich hier um eine negative Tangente handelt. Hätte man aber mittelst der positiven Tangente $\frac{2}{3}\frac{8}{2}\frac{4}{7}$ die Berechnung auszuführen gehabt, so würde man den kleineren dieser Winkel d. h. **40°55′** genommen haben.

V. Es sei das vierte Glied der Proportion Sin. **15°** : **0,21** :: Sin. **9°**: x zu finden.

Man folge der Horizontalen **2,1** bis zur Senkrechten **1,57**, welche Sin. **9°** entspricht; der Durchschnittspunkt befindet sich auf der Schiefen **33,2**, welche wieder von der Senkrechten **2,59**, die Sin. **15°** auf der Horizontalen **1,27** angehört, getroffen wird. Es erhellt nun aus der blosen Einsicht der Proportion und den vorher gegebenen Regeln, dass der Dezimalstrich im vorhergehenden Resultate um eine Stelle gegen die Linke vorgerückt werden soll, was dann **0,127** für den Werth von x giebt.

VI. Es sei ein Dreieck zu berechnen, dessen Winkel A 165^0 beträgt und von der Seite b gleich **15375** Fuss und der Seite c gleich **3948** Fuss gebildet ist.

Man schreibt die Proportion

$$b + c : \text{Cotg. } \tfrac{1}{2} \text{ A} :: b - c : \text{Tg. } \tfrac{1}{2} (\text{B} - \text{C}).$$

$$b + c = 19323 \text{ Fuss.}$$

$$b - c = 11427 \text{ Fuss.}$$

Man findet Cotg. $82^0 30' = 13{,}2$. Das Produkt aus Cotg. $\frac{1}{2}$ A in $b - c$ ist also **1500**. Der Quotient von **150** durch **19,3** ist **7,75** und entspricht der Tangente von $4^0 25'$ (die Berechnung mittelst der trigonometrischen Tafeln giebt $4^0 27'$).

Nimmt man also $\frac{1}{2}$ (B - C) $= 4^0 25'$, so hat man für die zwei anderen Winkel des Dreieckes

$$\text{B} = 90^0 - \tfrac{1}{2} \text{ A} + \tfrac{1}{2} (\text{B} - \text{C}) = 11^0 55',$$

$$\text{C} = 90^0 - \tfrac{1}{2} \text{ A} - \tfrac{1}{2} (\text{B} - \text{C}) = 3^0 5';$$

und die dritte Seite wird durch die Formel gegeben

$$a = \frac{b \text{ Sin. A}}{\text{Sin. B}} = \frac{15375 \text{ F.} \times \text{Sin. } 165^0}{\text{Sin. } 11^0 55'} = 19200 \text{ F.}$$

Logarithmen - Massstab.

44. *Lesung der Logarithmen.* Man sieht zur Linken der Tafel einen senkrechten aus drei Theilen bestehenden Massstab. Der mittlere davon ist mit *Zahlen* bezeichnet und in **500** gleiche Theile abgetheilt; die zwei anderen führen die Benennung *Logarithmen*. Diese zwei letzteren bilden eigentlich nur einen in zwei zertheilten Massstab, den man sich so vorstellen kann, als

wenn dessen obere Hälfte durch eine mit sich selbst parallele Bewegung auf die linke Seite des in der Mitte gelegenen Zahlen-Massstabes gekommen wäre, während die untere auf seiner rechten Seite blieb.

Dieser Logarithmen-Massstab ist also zweimal so lang als der Rand der Tafel. Er hat gleich den Tafelrändern neun Hauptabtheilungen, deren jede wieder zehn Unterabtheilungen enthält; ferner ist jede dieser Unterabtheilungen in **10** Abtheilungen von **1** bis **2**, in **5** von **2** bis **4**, und in **2** von **4** bis **10** getheilt. Die Lesung irgend einer Zahl, die nicht mehr als **3** bezeichnende Ziffern hat, geschieht um so leichter, als sich an den Hauptunterabtheilungen zwischen **1** und **2**, welche die grössten sind, kleine Cursivziffern **1, 2, 3, 4** . . . befinden, die zu ihrer Bezeichnung dienen.

Man bedient sich der Nebeneinandersetzung des Massstabes der gleichen Theile und jenes der logarithmischen, um dem blosen Einsehen nach den numerischen Werth der Zahlen-Logarithmen zu erhalten, wobei man folgende Grundsätze beobachtet:

1) der Logarithme von **10** oder die Einheit besteht aus **1000** gleichen Theilen;

2) der Logarithme einer Zahl geringer als **10** ist kleiner als die Einheit und enthält eine gewisse Anzahl von Tausendsteln kleiner als **1000**;

3) der Dezimalbruch eines Logarithmen ändert sich nicht, was auch der relative Werth der

Zahl, welcher er entspricht, sein mag, so lange nämlich die Ziffern dieser Zahl dieselben bleiben;

4) die *Kennziffer* oder ganze Zahl des Logarithmen einer Zahl ist **0**, **1**, **2**, **3** .... je nachdem diese Zahl zwischen **1** und **10**, zwischen **10** und **100**, zwischen **100** und **1000**, zwischen **1000** und **10000** u. s. w. begriffen ist; sie ist $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$ ...*), je nachdem die Zahl zwischen **0** und $\frac{1}{10}$, zwischen $\frac{1}{10}$ und $\frac{1}{100}$ zwischen $\frac{1}{100}$ und $\frac{1}{1000}$ u. s. w. enthalten ist;

5) der Dezimalbruch der Logarithmen von Zahlen, die geringer als **3,162** sind, ist kleiner als **500** Tausendstel; dieser Bruch ist zwischen **500** Tausendstel und der Einheit begriffen für Logarithmen der Zahlen, die zwischen **3,162** und **10** enthalten sind.

45. Um diesen letzteren Grundsatz besser zu verstehen, denke man sich den linken Theil des Logarithmen-Massstabes an den rechten so angesetzt, dass das untere Ende des ersteren genau dem oberen des zweiten angepasst ist. Zu gleicher Zeit muss man sich den Zahlen-Massstab um eine sich selbst gleiche Grösse verlängert und die Numerirung der Gradabtheilung von **500** bis **1000** fortgesetzt denken. Es ist überdiess einleuchtend, dass die Verbindung zwischen den zwei Theilen des Logarithmen-Massstabes und dem Zahlen-Massstabe, wie diese der Abacus vor-

*) Bekanntlich deutet das über eine Ziffer gesetzte Zeichen — (minus) an, dass diese Ziffer allein subtrahirt werden muss.

stellt, ganz dieselbe ist, die im obenangeführten Falle statt haben würde. Es genügt dazu die Numerirung von **0** bis **500** des mittleren Maassstabes als nur für den rechten Theil des Logarithmen-Maassstabes anwendbar zu betrachten, und alle Lesungen um **500** zu vergrössern, wenn der linke Theil des Logarithmen-Maassstabes mit jenem verglichen werden soll.

Beispiele der Logarithmen-Bestimmung der Zahlen.

I. Was ist der Logarithme von **2**?

Die Zahl **2** befindet sich auf dem rechten Theile des Logarithmen-Maassstabes und entspricht der Zahl **301** des Maassstabes der gleichen Abtheilungen. Der Werth des Dezimalbruches des Logarithmen von **2** ist also **301**, was man abgekürzt so schreibt

$$Log.\ 2 = 0{,}3010.$$

II. Was ist der Logarithme von **6**?

Die Zahl **6** ist auf dem linken Theile des Logarithmen-Maassstabes und entspricht der Zahl **2782** auf dem Maassstabe der gleichen Abtheilungen. Ist man aber oben auf dem rechten Theile des Logarithmen-Maassstabes angekommen und will man wieder von unten auf dem linken Theile anfangen um fortzufahren, so ist es klar, dass man anstatt der Zahlen **0, 50, 100 ... 500** auf dem Maassstabe der gleichen Abtheilungen **500. 550, 600 .... 1000** lesen muss. Vergrössert man nun um **500** das für die Zahl **6** vorher erhaltene Resultat, so findet man

$$Log.\ 6 = 0{,}7782.$$

III. Was ist der Logarithme von **1125**?

Diese Zahl hat vier ganze Stellen; die ganze Stelle ihres Logarithmen wird also gleich **4** weniger **1** und mithin gleich **3** sein. Die auf dem rechten Theile des Logarithmen-Maassstabes gefundene Zahl **1,125** bezieht sich auf die Zahl **51** und $\frac{5}{10}$ des Zahlen-Maassstabes. Man wird also setzen

Log. **1125 = 3,0515.**

IV. Was ist der Logarithme von **0,0875**?

Man liest diese Zahl auf dem linken Theile des Logarithmen-Maassstabes; die entsprechende Zahl ist **442** Tausendstel. Andererseits ist die Kennziffer $\overline{2}$. Vergrössert man nun um **500** Tausendstel, weil man auf dem linken Maassstabstheile gelesen hat, so erhält man

Log. **0,0875 = $\overline{2}$,9420.**

46. *Gebrauch der Logarithmen.* Man kann sich des eben besprochenen Logarithmen-Maassstabes zur Berechnung der Potenzen und Wurzeln bedienen. Dabei beobachtet man den Grundsatz, dass der Logarithme der Potenz oder der Wurzel einer Zahl dem Produkte oder dem Quotienten des Logarithmen dieser Zahl durch den Potenz- oder Wurzelexponenten gleich ist.

Beispiele einer Potenzirung durch Logarithmen.

Was ist die 6te Potenz von **4**?

Der durch den Maassstab gegebene Logarithme von **4** ist **0, 6020**; multiplizirt man das Resultat mit **6**, so ergiebt sich **3,612**. Nun aber ent-

sprechen **112** Tausendstel d. h. **612** weniger **500** der Zahl **409**, und da die Kennziffer **3** war, so muss die gesuchte Potenz vier bezeichnende Ziffern haben. Man schreibt also

$$4^6 = 4090.$$

Das genaue Resultat ist **4096** und sonach die erhaltene Annäherung bis auf $\frac{1}{683}$.

Sehnen - Massstab.

47. In der praktischen Geometrie bedient man sich der Sehne eines Bogens, um den entsprechenden Centriwinkel zu bilden oder auch um einen gegebenen Winkel zu messen. Diese Sehne ist die Basis eines gleichschenkligen Dreieckes, dessen zwei andere Seiten dem Radius gleich sind und dessen Winkel an der Spitze gerade derselbe ist, den man sich zu messen oder zu zeichnen vorgenommen hat. Man bewerkstelligt diess mit Beihilfe einer Tafel, welche die Werthe der Sehnen in einem Kreise, dessen Radius gleich der Einheit ist, enthält; und diese Sehnen entsprechen Winkeln, die auf gleichförmige Weise (z. B. um den vierten Theil eines Grades) wachsen. Man kann aber auch von einem Massstabe wie jener, der auf dem rechten Tafelrande angebracht ist, Gebrauch machen.

Dieser Massstab besteht aus drei verschiedenen Theilen. Der mittlere führt die Benennung *Zahlen* und ist in **500** gleiche Theile abgetheilt. Die zwei andern sind mit der Angabe *Sehnen* bezeichnet.

Um die durch die Vergleichung der Gradab-

theilung der zwei Seiten-Massstäbe mit jener des mittleren Massstabes erhaltenen Resultate genau zu begreifen, muss man sich vorstellen, als ob der mittlere Massstab um eine sich selbst gleiche Grösse verlängert wäre und auf dessen oberer in **500** gleiche Theile, wie die untere, abgetheilten Hälfte von **50** zu **50** von unten ausgehend die Zahlen **11, 12, 13 .... 20** ständen, welche die Fortsetzung der ersten **0, 1, 2, 3 ... 10** bilden. Man muss sich zugleich denken, als wenn der auf der Rechten des Mittelstreifens befindliche Theil des Sehnen-Massstabes durch eine mit sich selbst parallele Bewegung mit seinem unteren Ende auf das obere Ende des anderen zur Linken des Mittelstreifens gelegenen Theiles zu stehen gekommen wäre.

Diess festgesetzt, so erkennt man, dass die auf den Sehnen-Massstäben angebrachten Zahlen die Grade des Halbkreises von **0** bis **180°** sind, und dass die auf dem Zahlen-Massstabe entsprechenden Zahlen die Werthe der Sehnen in Theilen des gleich **10** angenommenen Radius angeben.

So z. B. entspricht die Zahl **10°** auf dem linken Massstabe der Zahl **1,74** auf dem Mittelstreifen, woraus man schliesst, dass **174** die Sehne des Winkels von **10°** bei einem Radius gleich **1000** ist.

Da die Zahl **90°** auf dem rechten Seiten-Massstabe der Zahl **4,14** auf dem Mittelstreifen entspricht, so muss man diesen letzteren um **10** vergrössern, weil es sich um den rechten Massstabstheil handelt, und man erhält **1414** für den

Werth der Sehne des Winkels von 90^0, indem man den Radius immer gleich **1000** annimmt. Diess ist auch der Werth der Diagonale in einem Quadrate, dessen Seite durch **1000** vorgestellt ist.

Die Lesung für Winkel, die sich zwischen denjenigen befinden, welche die Gradabtheilung angibt, bietet eben so wenig Schwierigkeit dar. Nur darf man nicht vergessen, die auf dem Mittelstreifen gelesenen Zahlen um **1000** zu vergrössern, wenn sie Winkeln entsprechen, deren Werthe sich auf dem rechten Maassstabe befinden.

Die in der nachstehenden kleinen Tabelle angeführten Beispiele werden zur Uebung dienen.

Beispiele für die Bestimmung der Sehnen durch die Winkel und der Winkel durch die Sehnen, wenn der Radius gleich 1 0 0 0 ist.

Winkel.	Sehnen.	Sehnen.	Winkel.
$26^0\ 0'$	450	570	$33^0\ 6'$
$54^0 30'$	916	1124	$68^0 24'$
$100^0 45'$	1541	1710	$117^0 30'$

Abacus der chemischen Aequivalente.

48. Man nehme an, es wären auf dem unteren und dem linken Tafelrande *Merkzeichen* angebracht, welche den Zahlen, die man *chemische Aequivalente* zu benennen übereingekommen ist, entsprechen, und der Name des Körpers, auf welchen sich jedes dieser Merkzeichen bezieht, wäre neben diesem Merkzeichen angegeben. Mit einem so eingerichteten Abacus könnte man alle möglichen Aufgaben lösen, die

die Verhältnisse betreffen, in welchen die Körper dermassen combinirt sein sollen, um aufs Vollkommenste gewisse Gegenwirkungen zu bestimmen. Er würde sowohl dem Fabrikanten in seinem Hüttenwerke als dem Chemiker in seinem Laboratorium nützlich sein.

Beispiele vom Gebrauche des Abacus für Aufgaben, die sich auf chemische Aequivalente beziehen.

I. Wie viel braucht man Schwefel und Sauerstoff, um **15** Loth Schwefelsäure zu erzeugen?

Die chemischen Aequivalente von Schwefel und Schwefelsäure sind **2** und **5**, wenn man das des Sauerstoffes als **1** annimmt, und es ist bekannt, dass die Schwefelsäure im Gewicht aus zwei Theilen Schwefel und drei Theilen Sauerstoff besteht.

Man hat also die Proportionen

5 : 2 :: 15 : x und **5 : 3 :: 15** : y

aufzulösen, welche $x = 6$ und $y = 9$ geben; x ist das Gewicht des Schwefels und y das des Sauerstoffes in Loth ausgedrückt.

Diese Verrichtungen werden auf dem Abacus ohne Schwierigkeit und dem blosen Ansehen nach bewirkt, sobald man die Angaben: *Sauerstoff*, *Schwefel* und *Schwefelsäure* auf dem linken Rande gegenüber den Zahlen **1**, **2**, **5** eingeschrieben hat.

Die Verfahrungsart ist aber nicht gleichgültig und kann sehr vereinfacht werden.

Man braucht in der That nur zu bemerken, dass die zwei Horizontalen **5** und **2**, welche der Schwefelsäure und dem Schwefel entsprechen, die

Schiefen **15** und **6** auf der nämlichen Senkrechten, die der Zahl **3** angehört, schneiden; und man findet sogleich, dass in **15** Loth Schwefelsäure **6** Loth Schwefel und folglich **9** Loth Sauerstoff enthalten sind.

Die Verfahrungsart ist ganz jener ähnlich, die unter derBenennung: **III.** Verfahrungsart, um ein unbekanntes Glied einer Proportion zu finden (Nr. **27**), angegeben wurde.

II. Wieviel braucht man Schwefelsäure, Eisenprotoxyd und Wasser, um **35** Loth krystallisirtes Eisen-Sulfat zu erzeugen?

Auf einem gehörig zubereiteten Abacus würde man auf dem linken Tafelrande nebst den im vorhergehenden Beispiele angezeigten Aufschriften folgende finden:

Wasser gegenüber der Zahl **1,25**;
Eisenprotoxyd gegenüber der Zahl **4,40**;
$\frac{1}{10}$ krystall. Eisenprotoxyd-Sulfat gegenüber der Zahl **1,69**.

Der Unterschied zwischen **16,90** (Gewicht des krystall. Sulfats) und **4,40 + 5** (Gewicht des Protoxyds und der Schwefelsäure) ist **7,5**; diess ist das Gewicht des Wassers, welches in **16,90** krystall. Eisen-Sulfats enthalten ist.

Man setzt somit die Proportionen

16,9 : 35 :: 5 : x :: 4,4 : y :: 7,5 : z

und findet

das gesuchte Gew. Säure oder x = **10,4** Lth.
„ „ „ Eisenprotoxyd od. y = **9,1** „
„ „ „ Wasser od. z = **15,5** „
zusammen gleich **35,0** „

Am schnellsten wird man aber die Resultate erhalten, wenn man wie im vorigen Beispiele verfährt. Man suche nämlich den Punkt, wo die Schiefe **3,5** mit der Horizontalen **1,69** zusammentrifft, welche dem Merkzeichen $\frac{1}{10}$ krystall. Eisen-Sulfat entspricht; und die Zahlen **9,1**; **10,4**; **15,5** findet man, wo die durch diesen Punkt gehende Senkrechte die Horizontalen schneidet, welche in der Verlängerung der Merkzeichen liegen, die dem Eisenprotoxyd, der Schwefelsäure und der sechsfachen Proportionalzahl des Wassers (**7,5**) entsprechen.

III. Wie viel Kalk-Azotat braucht man, um **248** Pfund krystall. Eisen-Sulfat aufzulösen?

Auf einem für chemische Proportionen gehörig zubereiteten Abacus liest man auf dem linken Tafelrande folgende Aufschriften:

Anhydr. Kalk, gegenüber	**3,56**
Azotische Säure	**6,77**
$\frac{1}{10}$ Kalk-Azotat	**1,03**
Sulfat von anhydr. Eisenprotoxyd . . .	**9,40**
$\frac{1}{10}$ Sulfat von hydrat. Eisenprotoxyd . .	**1,69**

Man wird demnach setzen

16,9 : 10,3 :: 248 : x = 152,

und es ergibt sich, dass **152** Pfunde Kalk-Azotat völlig **248** Pfunde krystall. Eisen-Sulfat auflösen.

Wollte man nun wissen, wie viel anhydr. Eisen-Sulfat, Eisenprotoxyd und Sauerstoff des Oxyds in den **248** Pfunden krystall. Eisen-Sulfat sei, so würde man die Proportionen aufstellen

16,9 : 9,4 :: 248 : x = 138,
16,9 : 4,4 :: 248 : y = 73,3,
16,9 : 1 :: 248 : z = 14,7,

und demnach enthalten 248 Pfunde krystall. Eisen-Sulfat 138 Pfunde anhydr. Sulfat, 73,3 Eisenprotoxyd und 14,7 Sauerstoff.

Man wird hier wie in den vorhergehenden Beispielen bemerken, dass die Zahlen 248, 152, 138, 73,3 und 14,7 sich alle auf der nämlichen Senkrechten (der Senkrechten 1,47) befinden, wo sie die Horizontalen schneidet, welche dem krystall. Eisenprotxyd-Sulfat, dem Kalk-Azotat, dem anhydr. Eisenprotoxyd-Sulfat, dem Eisenprotoxyd und dem Sauerstoff entsprechen.

Aus dem Vorhergehenden geht die Richtigkeit des Grundsatzes hervor, dass, wenn zwei neutrale Salze (Eisenprotoxyd-Sulfat und Kalkazotat) in gehöriger Quantität (120 und 138 Pfunde) sind, um sich gegenseitig aufzulösen, ihre Hauptbestandtheile (Eisenprotoxyd und Kalk) immer ein gleiches Gewicht Sauerstoff (14,7 Pf.) enthalten.

Abacus für statistische Aufgaben.

49. Der Abacus, welcher das Verhältniss zweier gegebenen Zahlen dem blosen Ansehen nach gibt, kann sehr leicht zur Auffindung der verschiedenartigsten Verhältnisse, die in einer Menge statistischer Aufgaben vorkommen, gebraucht werden.

Ein einziges Beispiel wird hinreichen, die An-

wendung der Figur zu diesem Zwecke verständlich zu machen.

Das *Annuaire des longitudes* enthält eine Tabelle unter dem Titel: „*Spezifische Bevölkerung*“, in welcher den Namen der 86 Departemente Frankreichs gegenüber folgende Angaben stehen: 1) die Einwohnerzahl auf einem Quadratkilometer; 2) das Verhältniss dieser Zahl zur Durchschnittszahl, welche für ganz Frankreich ungefähr **64,0** ist.

Wollte man alle Departemente je zwei und zwei mit einander vergleichen, so hätte man **3655** Divisionen zu verrichten, und wenn man die Ordnungsfolge, in welcher diese Rechnung bewerkstelligt werden kann, in Betracht nehmen wollte, so würde die Anzahl der Divisionen doppelt, nämlich **7310** sein. Der Abacus befreit von allen diesen Rechnungen und gestattet eine ganz einfache Tabelle zu entwerfen, die alle diese Resultate in sich begreift.

In der That, man nehme nur an, es seien an dem linken Tafelrande die Namen aller Departemente neben den Horizontalen, welche ihrer spezifischen Bevölkerung entsprechen, eingetragen und mit *Merkzeichen* versehen, die die genaue Lage dieser Horizontalen angeben, wie diess bei den Maass- und Gewichtsumwandlungen und chemischen Aequivalenten statt findet. Die spezifische Bevölkerung ist zwischen **2512,4** Einwohnern (*Seine*) u. **22,9** (*Basses-Alpes*) auf einen Quadratkilometer, desshalb müssen die Namen der Departemente, deren spezifische Bevölkerung

100 übersteigt, den Coeffizienten $\frac{1}{10}$ annehmen, das Departement der *Seine* wird allein der Zahl $\frac{1}{100}$ gegenüber stehen.

Man stelle sich nun vor, es seien die verschiedenen Verhältnisse der spezifischen Bevölkerung (**73,1**) des Departements *Bouches du Rhône*, welches das **22**ste der Reihenfolge nach ist, zu denen der **85** anderen Departemente zu finden. Man wird die erste Zahl zum Dividenden und die **85** anderen zu Divisoren nehmen. Die Quotienten erhält man demnach, indem man auf dem unteren Tafelrande die Zahlen liest, welchen die Durchschnittspunkte der Schiefen **7,31** mit allen den unter derselben gelegenen Horizontalen entsprechen. Für die Departemente, deren Namen über jenem *Bouches du Rhône* sind, nimmt man anstatt der Schiefen **7,31** die Schiefe **73,1**, welche bekanntlich über der Diagonale **10-10** liegt, die vom oberen linken Winkel ausgeht und am unteren rechten ausläuft.

Die Quotienten sind zwischen **1** und **10** begriffen für alle Horizontalen, welche geringer als **7,31** sind und keine Coeffizienten haben; für alle diejenigen aber, welche die Annahme der Schiefen **73,1** anstatt jener **7,31** erheischen, und den Coeffizienten $\frac{1}{10}$ haben, findet man die Quotienten zwischen **1** und **0,1**; der sich auf das Departement der *Seine* beziehende Quotient ist, des Coeffizienten $\frac{1}{100}$ wegen, zwischen **0,1** und **0,01** enthalten.

Die Departemente *Indre et Loire*, *Loire*, *Manche* und *Seine*, deren spezifische Be-

völkerungen die Zahlen **50,1**; **91,5**; **100,6**; **2512** vorstellen, stehen also im Verhältnisse zur Bevölkerung des Departements *Bouches du Rhône* wie **1,46**; **0,800**; **0,727**; **0,029.**

Man hätte auch die Zahl **73,1** zum Divisor anstatt zum Dividenden nehmen und auf ähnliche Weise die Verhältnisse der Zahl des Departements *Bouches du Rhône* zu den den **85** anderen Departementen angehörigen Zahlen suchen können. Diese Verhältnisse sind die umgekehrten von denjenigen, die in der vorigen Rechnung gefunden wurden.

Man sieht also, dass man mittelst der alleinigen, an gehörigen Punkten der Tafel bewerkstelligten Nameneinschreibung der **86** Departemente jede der **7310** Divisionen, welche die vorgelegte Aufgabe zulässt, dem blosen Ansehen nach bewirken kann.

ENDE.

Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN

Druck von Oskar Leiner in Leipzig.

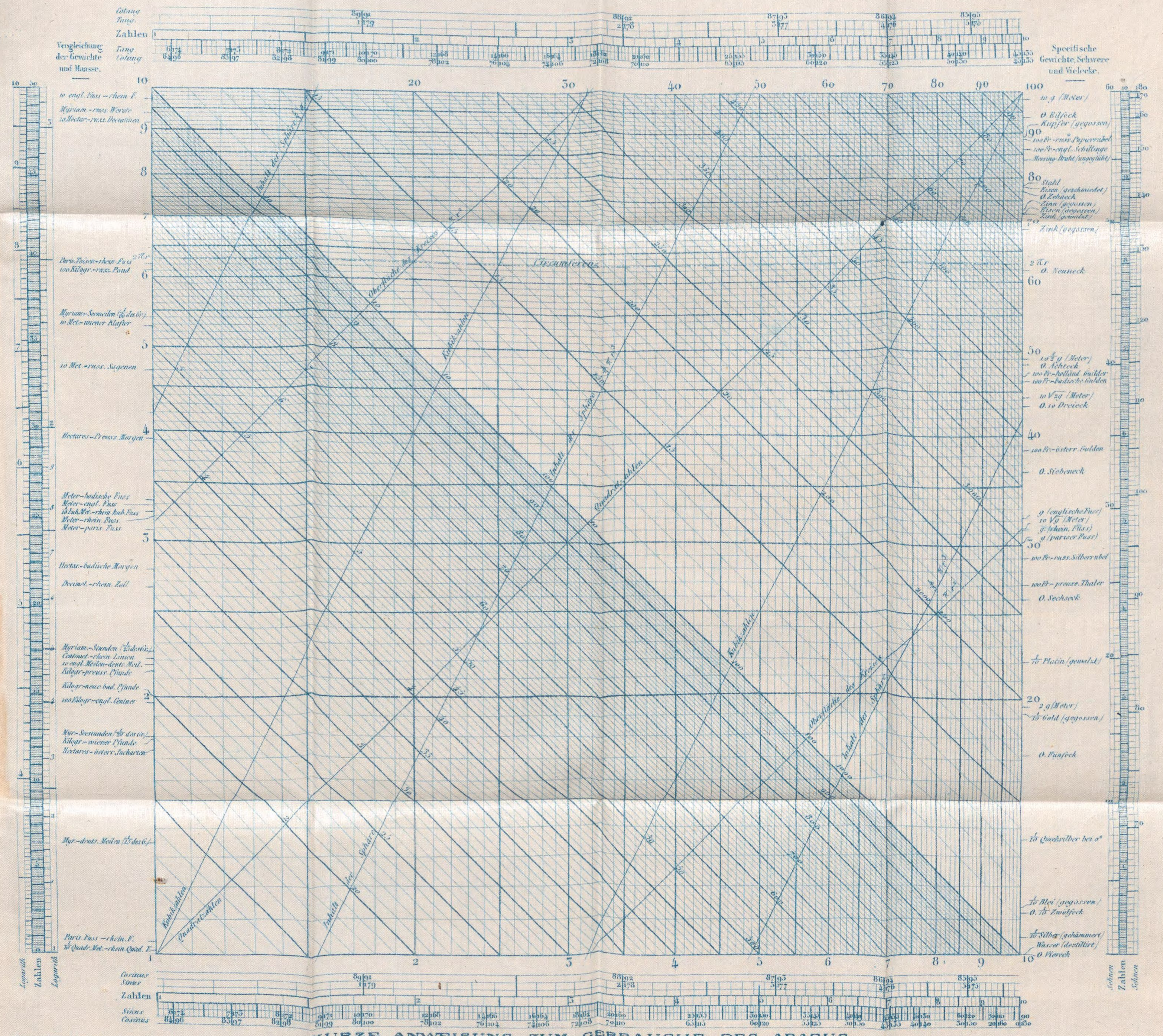
ABACUS ODER ALLGEMEINE RECHNUNGSTABELLE

welche augenblicklich alle arithmetischen, geometrischen und mechanischen Rechnungsresultate bis auf $\frac{1}{200}$ giebt.

ERFUNDEN VON LÉON LALANNE

ancien élève de l'Ecole Polytechnique, ingénieur au Corps royal des Ponts et Chaussées, secrétaire de la section des chemins de fer au Conseil général des Ponts et Chaussées.

Dieser Abacus ist am 11ten September 1843, von der Akademie der Wissenschaften zu Paris gebilligt worden.



KURZE ANWEISUNG ZUM GEBRAUCHE DES ABACUS

Lesung der Zahlen. *Auf dem unteren und dem zur linken Hand gelegenen Rande der Tafel, befinden sich die zehn ersten Zahlen von 1 bis 10. Längs den zwei andern, auf ähnliche Weise abgetheilten Rändern, findet man das zehnfache jeder der ersten zehn Zahlen, von 10 bis 100. Jeder Hauptzwischenraum, der zwischen zwei auf den vier Tafelrändern angesetzten Zahlen liegt, enthält seinerseits zehn andere Unterabtheilungen. Alle diese Abtheilungspunkte sind unter einander, mittelst senkrechter |, horizontaler —— und schiefer \ Linien je zwei und zwei verbunden.*

Dieses einmal festgesetzt, wird man leicht, die einem Punkte entsprechende Zahl finden, sie mag auf dem Tafelrande oder auf einer schiefen Linie stehen, wenn man die am Rande befindlichen Zahlen 1, 2, 3, ... 10, 20, 30, ... 100 nach Belieben als ganze oder Decimaleinheiten betrachtet. So zum Beispiel, kann der 5te Abtheilungspunkt zwischen 2 und 3, nach Belieben die Zahlen 2·5, 25, 250, etc., oder 0·25, 0·025, etc. vorstellen.

Die an beiden Enden einer schiefen Linie \ stehenden Zahlen, beziehen sich auf ihre ganze Ausdehnung. Auf den in folgender Richtung / geneigten Querlinien hingegen, welche mit den Benennungen Quadratzahlen *und* Oberfläche des Kreises *bezeichnet sind, darf man die auf ihnen befindlichen Zahlen und ihre Multipla und Submultipla blos durch 100, 10 000, 1 000 000, etc. lesen. Auf den Querlinien die sich auf den* Inhalt der Sphäre *und die* Kubikzahlen *beziehen, lese man die daselbst stehenden Zahlen, oder ihre Multipla und Submultipla, blos durch 1 000, 1 000 000, etc.*

Grundsatz des Abacus. *Man erhält das Produkt zweier Zahlen auf die nämliche Weise wie in der sogenannten Pythagorischen Rechentafel. Das erwähnte Produkt findet sich auf der schiefen Linie \ welche in einem Punkt mit den zwei rechtwinckligen Factorial-Linien, deren eine senkrecht, die andere horizontal ist, zusammentrifft. So findet man das Produkt von 2 mit 3 auf der mit der Zahl 6 bezeichneten schiefen Linie; und da das Produkt von 13 durch 2·50 zwischen die Linien 3·2 und 3·3 fällt, wird man 325 als absoluten Werth des Produktes annehmen, welcher in der That 32·5 ist, wenn man den Decimalpunkt gehörig setzt.*

Will man 32·5 durch 13 dividiren, so suche man den Quotient auf der senkrechten Linie 13, da wo sie mit der schiefen Linie 32·5 zusammentrifft. Diese schiefe Linie befindet sich zwar nicht auf der Tafel, aber ihr unteres Ende würde in die Mitte des Raumes, zwischen dem 2ten und 3ten Abtheilungspunkte, nach der Zahl 3 fallen. So findet man dass der Begegnungspunkt auf die mit 2·5 bezeichnete horizontale Linie fällt, und diese letztere Zahl wird folglich der Quotient seyn.

Potenzen und Wurzeln. *Die Quadrat und Kubikzahlen findet man auf den damit bezeichneten Querlinien /, indem man von den auf dem unteren Tafelrande stehenden Zahlen ausgeht, und umgekehrt, erhält man die Quadrat- und Kubikwurzeln indem man senkrecht den Finger von den Linien der Quadrat- und Kubikzahlen auf die Linien des unteren Tafelrandes herunterführt. Folglich $\sqrt{2} = 1·41$; $\sqrt[3]{1318} = 11·0$.*

Um die in der Hydraulik und Astronomie vorkommenden $\frac{3}{2}$ Potenzen zu finden, muss man von den senkrechten Tafelrändern ausgehen, und auf der nächsten Linie der Kubikzahlen lesen. Beispiele: $4·5^{\frac{3}{2}} = \sqrt{(4·5)^3} = 9·54$; $56^{\frac{3}{2}} = \sqrt{(56)^3} = 420$.

Um die Potenzen 4ten, 5ten, ... pten zu erhalten, was öfters in der Zinsenrechnung vorkommt, ist es hinreichend auf dem Abacus Querlinien zu ziehen, so dass ihre Höhen sich zu ihrer Basis wie 3, 4, ... p − 1 zu 1 verhalten, die erste von dem Punkte 1 ausgehend, und die anderen, gleich den Linien der Kubikzahlen auf einander folgend.

Logarithmen. *Statt dieser Methode kann man auch von den Logarithmen Gebrauch machen. Zu diesem Zwecke befindet sich auf der linken Seite der Tabelle ein Maassstab, welcher annähernd die Logarithmen der Zahlen angiebt. So findet man, durch blosse Zusammenstellung der mit* Logarith. *bezeichneten Seiten des Maassstabes, und seinem mit Zahlen bezeichneten Mittelstreifen, dass 0·301 und 0·845 die Logarithmen von 2 und 7 sind. Für die zweite Zahl liest man nur 345; da aber 7 auf der linken Seite des Maassstabes steht, so addirt man die Zahl 500, die sich auf dem oberen Ende des Mittelstreifen befindet.*

Vergleichung der Gewichte und Maasse. *Die Höhenabtheilungen welche sich auf dem linken Tafelrande zwischen dem Punkte 1 und den kleinen auf die Vergleichung der Gewichte und der Maasse bezüglichen Strichen, befinden, können als Multiplikatoren zur Verwandlung des fremden Maasses in's deutsche, und als Divisoren zur Lösung der umgekehrten Aufgabe, gebraucht werden. Will man, zum Beispiel, wissen wie viel 43 französische* Myriamètres *deutsche Meilen ausmachen, so ziehe man auf der mit* Myriamètres-Meilen *bezeichneten horizontalen Linie bis zu der senkrechten Linie 43 hin; das Produkt zeigt an, dass 43 Myriametres 58 Meilen entsprechen.*

Circonferenz, Kreis, Sphäre. *Um die Länge einer Circonferenz, die Oberfläche eines Kreises, und den Inhalt einer Sphäre zu finden, bedient man sich der mit diesen Benennungen bezeichneten Horizontal- und Querlinien; wobei man den Radius auf dem unteren Tafelrande abzählen muss. Ist nämlich der Radius von 5 Fuss, so wird die Circonferenz 31·4, die Oberfläche des Kreises 78·6 Quadratfuss, und der Inhalt der Sphäre 327 Kubikfuss betragen. Umgekehrte Aufgaben lassen sich eben so leicht auflösen.*

Regelmässige Vielecke. *Man erhält die Oberfläche eines solchen Vieleckes, wenn man seine zum Quadrat erhobene Seite mit derjenigen Zahl multiplicirt, welche der an dem rechten Tafelrande mit dem Buchstaben O bezeichneten Benennung dieses Vieleckes entspricht.*

Beispiel. Ist die Seite des Sechseckes 2 Zoll, und folglich das Quadrat dieser Seite 4, so multiplicire man 4 mit 2·6, und man wird 10·4 Quadratzoll für die Oberfläche dieses Sechseckes erhalten. Ist umgekehrt die Oberfläche eines regelmässigen Vieleckes gegeben, so kann man auch seine Seite finden.

Trigonometrische Rechnungen. *Alle diese Berechnungen beschränken sich darauf, dass man das vierte Glied einer Proportion welche trigonometrische Linien enthält, zu finden hat. Die numerischen Werthe dieser Linien befinden sich nun auf den zwei Maassstäben deren einer über und der andere unter der Tabelle angebracht ist. Dieses genügt vollkommen zur Lösung aller Aufgaben der gradlinigen und sphärischen Trigonometrie.*

Die Ablesung der zwei erwähnten Maassstäbe geschieht auf eine ähnliche Weise wie auf dem, die linke Seite der Tabelle einnehmenden Maassstabe. Die Zahlen welche auf dem, mit der Benennung Zahlen *bezeichneten Mittelstreifen des Maassstabes angebracht sind, müssen folgenderweise gelesen werden: von 1 bis 10 für die Werthe der trigonometrischen Linien die auf dem oberen, von 10 bis 100 für jene die auf den unteren Theilen der beiden Maassstäbe stehen.*

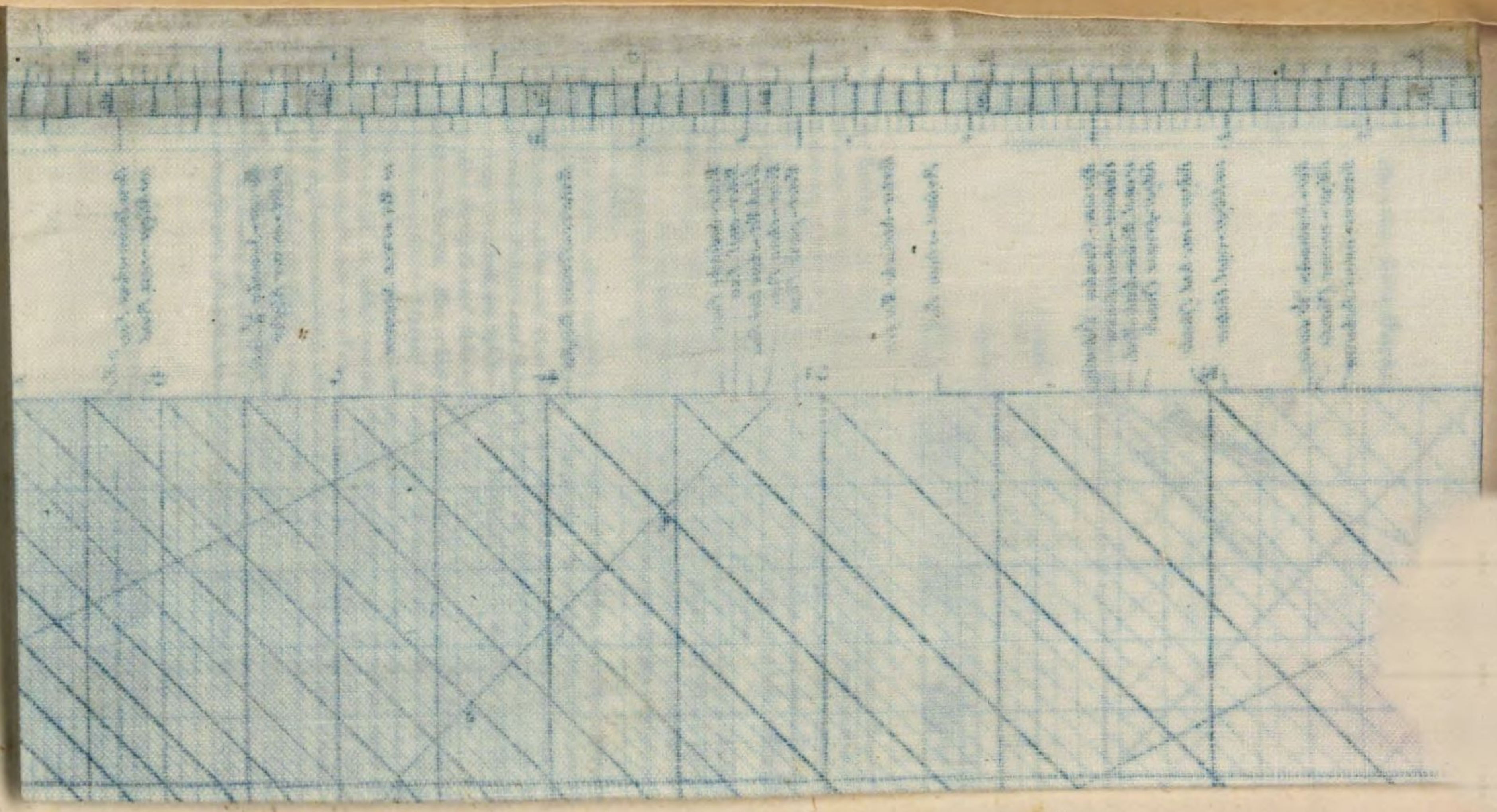
Sehnen. *Auf ähnliche Weise wird man auf dem Sehnen-Maassstabe, der auf der rechten Seite der Tabelle angebracht ist, lesen, und mittelst der erhaltenen Resultate kann man sehr genau die entsprechenden Winkel entwerfen.*

Specifische Gewichte. *Die verschiedenen specifischen Gewichte sind an dem rechten Tafelrande durch die Benennungen der Substanzen angegeben. Es wird folglich leicht seyn das Gewicht eines gewissen Inhaltes oder den Inhalt eines gewissen Gewichtes, wie z. B. Eisen, Blei, etc. zu finden.*

Schwere. *Die sich auf den Fall der Körper im leeren Raum, das Pendel, das Abfliessen der flüssigen Substanzen beziehenden Aufgaben lassen sich leicht, mittelst der den Grössen g, $\frac{1}{2}g$, $\sqrt{2g}$, $\sqrt{g}$, $2g$, entsprechenden Zahlen auflösen, welche auf der rechten Seite der Tafel angegeben sind.*

Nota. *Vollständigere Erläuterungen findet man in der gedruckten* Instruktion, *welche bei denselben Verlegern zu haben ist.*

LEIPZIG, Verlag von E. F. STEINACKER.



BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Lalanne, Léon Louis Chrétien,

Beschreibung und Gebrauchs-Anweisung des Abacus oder die allgemeine Rechnungstafel, welche augenblicklich alle arithmetischen, geometrischen und mechanischen Berechnungsresultate gibt

Leipzig 1846

Math.p. 741 l
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10083309-2